REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Programme Pédagogique

Socle commun
Deuxième année

Filière

Mathématiques

I – Fiche d’organisation semestrielle des enseignements

1- Semestre 3 :

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coefficients	Crédits	Mode d'évaluation	
	15 semaines	C	TD	TP	Autres			Continu	Examen
UEF4(O/P)						**9**	**18**		
Algèbre 3	45h	1h30	1h30			2	5	x	x
Analyse 3	90h	3h	3h			4	7	x	x
Introduction à la topologie	90h	3h	3h			3	6	x	x
UE M3						**5**	**10**		
Analyse numérique 1	67h30	1h30	1h30	1h30		2	4	x	x
Logique Mathématique	22h30	1h30				2	3	x	x
Outils de Programmation 2	45h	1h30		1h30		1	3	x	x
UED2 (O/P)						**1**	**2**		
D 3.1.1 Histoire des Mathématiques	22h30	1h30				1	2		x
Total Semestre 3	**387h30**	**13h30**	**9h**	**3h**		**15**	**30**		

<u>Semestre 4 :</u>

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coefficients	Crédits	Mode d'évaluation	
	15 semaines	C	TD	TP	Autres			Continu	Examen
UEF 5 (O /P)						**10**	**18**		
Algèbre 4	45h	1h30	1h30			3	5	x	x
Analyse 4	90h	3h	3h			4	8	x	x
Analyse Complexe	45h	1h30	1h30			3	5	x	x
UEM 4 (O/P)						**6**	**10**		
Analyse Numérique 2	67h30	1h30	1h30	1h30		2	4	x	x
Probabilités	45h	1h30	1h30			2	3	x	x
Géométrie	45h	1h30	1h30			2	3	x	x
UED 4						**1**	**2**		
Application des mathématiques aux autres sciences	22h30	1h30				1	2		x
Total Semestre 4	**360h**	**12h**	**10h30**	**1h30**		**17**	**30**		

III - Programme détaillé par matière
(1 fiche détaillée par matière)

Semestre 3
Fiche programme UEF4

Algèbre 3

I) **Réduction des endomorphismes d'espaces vectoriels de dimension finie.**

- Valeurs propres et vecteurs propres; polynôme caractéristique, théorème de Cayley-Hamilton.
- Diagonalisation des matrices diagonalisables, trigonalisation, formes de Jordan.

II) Exponentielle d'une matrice et Application aux systèmes différentiels linéaires.

Références

1) V. Prasolov. Problèmes et théorèmes d'algèbre linéaire.
2) E. Azoulay et J. Avignant. Mathématiques, tome 4, Algèbre.

Analyse 3

I) Séries Numériques.
II) Suites et Séries de Fonctions - Séries Entières - Séries de Fourier.
III) Intégrales impropres.
IV) Fonctions définies par des Intégrales.

Références

1) K. Allab. Eléments d'Analyse. OPU, 1986.
2) Calvo, J. Doyen, A. Calvo et F. Boschet. Exercices d'Analyse, 1er cycle, B. 1977.

Introduction à la Topologie

I) Notions Fondamentales de Topologie: Ouvert, fermé, voisinage, adhérence, intérieur, frontière, base de topologie, topologie produit, Topologie Induite , continuité dans les espaces topologiques, espace séparé, espace séparable.

II) Espaces Métriques : Distance, boule ouverte, boule fermée et topologie des espaces métriques.

III) Suites de Cauchy, espaces complets, théorème du point fixe.

IV) Espaces compacts. Espaces et ensembles connexes.

V) Espaces Vectoriels Normés.

Références

1) N. Bourbaki, Topologie générale, Chapitres 1 à 4. Hermann, Paris, 1971.

2) G. Choquet, Cours d'analyse, tome II, Topologie. Masson, Paris, 1964.

3) G. Christol, Topologie, Ellipses, Paris, 1997.

4) J. Dieudonné, Éléments d'analyse, tome I : fondements de l'analyse moderne, Gauthier-Villars, Paris, 1968.

5) J. Dixmier, Topologie générale, Presses universitaires de France, 1981.

Fiche programme UEM 3

Analyse Numérique 1

Notions d’erreurs : Notation décimale des nombres approchés. Chiffre exact d’un nombre décimal approché. Erreur de troncature et d’arrondi. Erreur relative.

Interpolation et Approximation : Méthode de Lagrange. Méthode de Newton. Erreurs d’interpolation. Approximation au sens des moindres carrés.

Intégration numérique : Formule de Newton-Cotes. Méthode du Trapèze. Méthode de Simpson. Erreurs de quadrature.

Dérivation numérique.

Résolution d’équations algébriques : Méthode de dichotomie (bissection). Méthode du point fixe. Méthode de Newton-Raphson.

Références

[1] M. Atteia, M. Pradel : Eléments d'analyse numérique, Ceradues-Editions.

[2] J. Baranger : Introduction à l'analyse numérique, Ed. Hermann 1977.

[3] M. Boumahrat, A. Bourdin : Méthodes numériques appliquées. Ed. OPU 1983.

[4] B. Démodovitch, I. Maron : Eléments de calcul numérique, Ed. Mir Mosco.

[5] Ph. G. Ciarlet : Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation, Dunod, Paris 1998.

[6] Curtis F. Gerald, P. O. Wheatdey : Applied Numerical Analysis, Addison-Wesley Pub. Compagny.

[7] P. Lascaux, R. Theodor : Analyse numérique matricielle appliquée à l'art d'ingénieur, Tomes I et II, Masson, Paris.

[9] G. Meurant : Résolution numérique des grands systèmes, Ed. Stanford University.

[10] P. Lascaux, R. Theodor : Analyse numérique matricielle appliquée à l'art d'ingénieur Tomes I et II, Masson, Paris.

Logique Mathématique

I. **Introduction**
- Qu'est-ce que la logique : un peu d'histoire

II. **Les paradoxes (antinomies)**
- Le paradoxe de Russel
- Le paradoxe du coiffeur
- Le paradoxe du menteur
- Le paradoxe de Cantor
- Le paradoxe de Richard
- Le paradoxe de Grelling
- Le paradoxe de Skolem

III. **Le calcul propositionnel**
- La proposition logique, la conjonction, la disjonction, l'implication, l'équivalence, la négation. Le tableau de vérité.
- La formule logique, la notion d'interprétation d'une formule logique, la tautologie, la contradiction. Forme normale d'une formule logique. La déduction logique.
- Applications du calcul propositionnel.

IV. La logique d'ordre 1
- Les termes, les prédicats, les quantificateurs.
- La notion d'interprétation.
- Applications.

<u>Références</u>

1- J.M. Autebert. Calculabilité et décidabilité. Edition Dunod, 1992.

2- Haskell B. Curry. Foundations of mathematical logic. Dover publications, 1979.

3- Chin-Liang Chang, Richard Char-Tung Lee. Symbolic logic and mechanical theorem proving.

Outils de Programmation 2

I) Prise en Main : Démarrage et aide variable. Variables. Répertoire de travail. Sauvegarde de l'environnement du travail. Fonctions et commandes.

II) Les nombre en Matlab avec licence ou Scilab : Entiers naturels. Représentation des réels. Nombres complexes.

III) Vecteurs et Matrices : Opérations sur les vecteurs et les matrices. Fonctions mathématiques élémentaires.

IV) Eléments de programmation : Script, fonction, boucle de contrôle. Instruction conditionnelle.

V) Polynômes : Polynômes en Matlab avec licence ou Scilab. Zéros d'un polynôme. Opérations sur les polynômes.

VI) Graphisme en Matlab avec licence ou Scilab : Affichage des courbes en dimension deux et dimension trois. Graphe d'une fonction. Surface analytique.

VII) Calcul symbolique : Appel de la toolbox symbolic. Développement et mise en fonction d'une expression. Dérivée et primitive d'une fonction. Calcul du développement limité d'une fonction.

<u>Références</u>

1) Jonas-Koko. Calcul scientifique avec Matlab. Ellipses.

2) J. T. Laphresté. Introduction au Matlab. Ellipses.

Fiche programme UED 2

Histoire des Mathématiques

I. Introduction

- Qu’est- ce que l’histoire des mathématiques, pourquoi l’histoire des mathématiques, outils de l’histoire des mathématiques (l’archéologie, la langue, les manuscrits…).
- Les facteurs de développement des mathématiques (facteurs internes et facteurs externes), les tendances générales de l’évolution des mathématiques.

II. L’antiquité

- Les origines, les premières abstractions, la notion de nombre, les symboles des nombres, les figures géométriques.
- Les mathématiques Babyloniennes
- Les mathématiques de l’Égypte ancienne
- Les mathématiques Grecques : la numération, l’arithmétique, le nombre irrationnel, le paradoxe de l’infini, la quadrature du cercle, la géométrie de la règle et du compas, les mathématiques déductives (l’axiomatique dans les Éléments d’Euclide, le cinquième postulat), les travaux d’Archimède. La période Romaine.

III. Les mathématiques en Pays d Islam

- En Orient musulman: la traduction et l’assimilation du savoir Grec, les premières productions, les œuvres d’Elkhawarismi (Eldjabr oual mouqabala, El hissab el hindi), les chiffres arabes, le zéro, Thabit Ibn Qorra, El Biruni, Ibn El-Haitham, Omar Khayyâm, Nassir Eddine Attoussi.
- En Occident musulman : les chiffres Ghoubar, El-Hassar, Al Moutaman Ibn Hud, Ibn El Yassamin, Al Buni, Ibn El-Banna, El-Qalasadi, Ibn Qunfud, Ibn Hamza, Al Akhdari.

IV. Les mathématiques en Europe

- La circulation du savoir vers l’Europe, Gerbert d’Aurillac, Léonard de Pise, l’apparition des premières universités.
- La renaissance : Lucas Pacioli, François Viète, Léonard de Vinci.
- La révolution industrielle et ses conséquences, René Descartes, Blaise Pascal, la naissance de la théorie des probabilités, les nombres négatifs, les nombres imaginaires, la géométrie projective, la géométrie analytique, les méthodes infinitésimales, le calcul différentiel et intégral (Newton et Leibnitz).
- Les équations différentielles ordinaires, les équations aux dérivées partielles, le calcul variationnel
- Le 19^{e} siècle: les géométries non Euclidiennes, Cantor et la théorie des ensembles, la crise des fondements (les paradoxes de la théorie des ensembles) et le débat sur l’infini
- Le 20^{e} siècle et l’élargissement du champ d’application

I) .

Références:

1. رشدي راشد، تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب
2. A.P. Youshkevitch : les Mathématiques Arabes (VIIIe-XVe siècles)
3. J.P. Collette : Histoire des Mathématiques

4. J. Dederon, J. Itard : Mathématiques et Mathématiciens
5. A. Dahan, Dahmedice, J. Peiffer : Une histoire des mathématiques
6. T.L. Heath : A history of greek mathematics
7. A. Djebbar : Mathématiques et mathématiciens dans le Maghreb médiéval (Xe-XVIe siècles).

Semestre 4

Fiche programme UEF 5

Algèbre 4

- Formes linéaires. Dualité.
- Formes bilinéaires sur un espace vectoriel de dimension finie. Rang. Noyau. Orthogonalisation de Gauss. Matrices orthogonales. Diagonalisation des matrices symétriques réelles. Adjoint d'une application linéaire. Application linéaire auto-adjointe. Décomposition spectrale d'une application linéaire auto-adjointe. Formes bilinéaires symétriques et formes quadratiques.
- Réduction des formes quadratiques. Rang. Noyau. Signature. Théorème de Sylvester. Formes hermitiennes.

Références

1) V. Prasolov. Problèmes et théorèmes d'algèbre linéaire.
2) E. Azoulay et J. Avignant. Mathématiques, tome 4, Algèbre.

Analyse 4

I) Les Fonctions à plusieurs variables: Fonctions de R^n à valeurs dans R^m . Limites. Continuité.

II) Calcul Différentiel : Dérivées partielles. Gradient. Différentielle et Matrice Jacobienne. Fonctions de classe C^1, C^2 et C^k sur des ouverts de R^n. Théorème de Schwarz. Théorème des accroissements finis. Formules de Taylor. Extremums libres et liés par des relations. Multiplicateurs de Lagrange. Théorème d'inversion locale. Théorème des fonctions implicites.

III) Intégrales multiples: Intégrales curvilignes. Intégrales de surface.

Références

1) J. Lelong-Ferrand et J. M. Araudies. Cours de Mathématiques, Tome 2. Dunod, 1977

2) Diximier. Cours de Mathématiques du premier cycle. Gauthie,r 1973.

Introduction à l'analyse hilbertienne

I) Espaces de Hilbert : Définitions (produit scalaire, inégalité de Cauchy-Schwartz) . Orthogonalité, théorème de la projection, théorème de Riesz. Système orthogonal (inégalité de Bessel-Parseval), base et systèmes orthonormés. Séries de Fourier. Systèmes orthonormés complets dans des espaces concrets.

II) Introduction aux opérateurs linéaires bornés : Définitions. Exemples. Norme d'un opérateur borné. Espace L(H) des opérateurs linéaires bornés. Exemples d'opérateurs bornés.

Références

1) H. BREZIS. Analyse Fonctionnelle, Théorie et Applications.

2) G.Lacombe., P. Massat. Analyse Fonctionnelle. Exercices corrigés, Dunod.

3) F. Riesz., B. Sz. Nagy. Leçons d'analyse fonctionnelle.

4) Y. Sonntag. Topologie et Analyse Fonctionnelle. Cours et exercices, Ellipses, 1997, Gauthier&Villars.

Fiche programme UEM 4

Analyse Numérique 2

I) Résolution des systèmes linéaires : Rappel de notions d'algèbre linéaire**.** Méthodes directes **(**Méthodes de Gauss **-** Décomposition LU**-** Méthode de Cholesky)**.** Méthodes itératives **(**Position du problème**.** Méthode de Jacobi. Méthode de Gauss-Seidel**.** Méthode de relaxation**.** Convergence des méthodes itératives).

II) Calcul des valeurs et vecteurs propres **:** Méthode directe pour le calcul des valeurs propres d'une matrice quelconque. Méthode de puissance: calcul de la valeur propre la plus grande en module d'une matrice A. Méthode de Householder**.** Calcul des vecteurs propres

III) Résolution numérique des EDO d'ordre 1 **:** Introduction**.** Méthode d'Euler. Méthode de Taylor d'ordre 2**.** Méthode de Range-Kutta d'ordre 2

III) Résolution de systèmes algébriques non linéaires.

Références

[1] M. Atteia, M. Pradel : Eléments d'analyse numérique, Ceradues-Editions.

[2] J. Baranger : Introduction à l'analyse numérique, Ed. Hermann 1977.

[3] M. Boumahrat, A. Bourdin : Méthodes numériques appliquées. Ed. OPU 1983.

[4] B. Démodovitch, I. Maron : Eléments de calcul numérique, Ed. Mir Mosco.

[5] Ph. G. Ciarlet : Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation, Dunod, Paris 1998.

[6] F. Curtis., P.O. Gerald Wheatdey : Applied Numerical Analysis, Addison-Wesley Pub. Compagny.

[7] P. Lascaux, R. Theodor : Analyse numérique matricielle appliquée à l'art d'ingénieur, Tomes I et II, Masson, Paris.

[9] G. Meurant : Résolution numérique des grands systèmes, Ed. Stanford University.

[10] P. Lascaux, R. Theodor : Analyse numérique matricielle appliquée à l'art d'ingénieur Tomes I et II, Masson, Paris.

Probabilités

I) Rappels sur les probabilités : Rappels sur les probabilités conditionnelles. Théorème de Bayes.

II) Variables aléatoires à une dimension: Généralités. Fonction de répartition. Variables aléatoires discrètes. Loi de probabilités. Espérance. Variance. Variables aléatoires absolument continues. Fonction de densité. Espérance. Variance. Lois de probabilités usuelles: Bernoulli, Binomiale, Hypergéométrique, Géométrique, Poisson.

III) Lois de probabilités absolument continues usuelles : Uniforme . Exponentielle. Normale. Approximation d'une loi hypergéométrique par une loi binomiale. Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson. Approximation d'une loi de Poisson par une loi normale et approximation d'une loi binomiale par une loi normale.

Références

1) C. Degrave, D. Degrave. Précis de mathématiques, Probabilités-Statistiques 1ère et 2ème années, Cours, Méthodes, Exercices résolus. Edition Bréal.
2) Jean-Pierre Lecoutre. Statistique et probabilités. Manuel et exercices corrigés. Edition DUNOD.
3) Patrick Bogaert. Probabilités pour scientifiques et ingénieurs, Introduction au calcul des probabilités. Edition de Boeck.

Géométrie

I) Paramétrisation des courbes et des surfaces.

II) Exemples de courbes et de surfaces.

III) Géométrie affine : Groupe opérant sur un ensemble. Définition d'un espace affine. Notion de barycentre. Variétés affines. Applications affines et formes affines. Droites et hyperplans. Homothéties. Translations.

IV) Espace affine Euclidien : Structure d'espace euclidien, norme et angle, orthonormalisation de Gram-Schmidt. Sous-espaces orthogonaux (hyperplan orthogonal à une droite, distance d'un point à une droite, ….). Application dans les espaces affines euclidiens: isométrie et similitude.

<u>Références:</u>

1) Géométrie des courbes et des surfaces et sous variétés de R^n, Yvan kerbrat et Braemer.
2) Claude Tisseron. Géométrie affine et projective.
3) A. Doneddu. Mathématiques supérieures Tome 3: Géométrie et cinématique.

Fiche programme UED 3

Application des mathématiques aux autres sciences

Ce cours l'importance des mathématiques et à les rendre plus concrètes en donnant des exemples de leurs applications pratiques.

I. **Les mathématiques et leurs applications à travers l'Histoire**

- Le nombre et l'arithmétique : application aux échanges (troc et commerce)
- le calcul des surfaces: application à l'agriculture
- Le calcul des volumes: application à la construction de temples et autres édifices à caractères religieux (les pyramides…)
- Le calcul en astronomie: application à la prévision des phénomènes météorologiques pour l'agriculture, à la confection des calendriers, à l'astrologie.

Faire remarquer que dans les applications citées il ne s'agit pas d'application de formules générales mais de « recettes » spécifiques à chaque problème posé et à chaque situation donnée.

- La naissance des mathématiques Grecques et la conjonction avec la philosophie, les mathématiques comme connaissance absolue indépendante de l'expérience sensorielle.
- Une application spécifique à la civilisation musulmane: la naissance du « Ilm el faraid » comme application des mathématiques à la répartition des héritages.
- La révolution industrielle et l'apparition de l'expérience en physique, la prise en charge des phénomènes qui se déroulent dans le temps : apparition des équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles

II. **Exemples simples d'application des mathématiques (énumération non exhaustive)**

- La notion de fonction et ses applications en physique, en chimie, en finance (le remboursement d'un prêt avec intérêt).
- Une application en Biologie: le modèle prédateur, proie
- Le modèle de la lutte pour la survie: deux espèces dans un même milieu
- La loi de croissance organique
- La loi de décomposition radioactive
- Applications de la fonction de Dirac (calcul du centre de gravité et du moment d'inertie d'une tige non homogène)
- L'angle de tir d'un obus pour une portée maximale (découverte de Tartaglia et démonstration de Galilée)
- La stabilité d'un point d'équilibre: application de la notion de dérivée.
- Une application simple de l'intégrale de Riemann: le calcul de la longueur d'une courbe.
- La formule de Tsiolkovski, le calcul du combustible d'une fusée.

- La formule de la chute en parachute
- Exemple simple de programmation linéaire: la maximisation du profit dans la fabrication de deux produits .
- L’équation des ondes
- L’équation de la chaleur, l’équation de Laplace.