Université Abou Bekr Belkaid **2014/2015**
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques **Module: Analyse numérique 2**

T.P. Test A

Nom:························

Prénom:························

Soit l'équation différentielle ordinaire: $\dfrac{dy}{dt} = -\dfrac{y}{t}$ (E)

dont la solution générale est donnée par $y(t) = \dfrac{c}{t}, c \in \mathbb{R}$, en remplaçant la dérivée par une approximation , on peut écrire l'équation différentielle comme:

$$\frac{y(t+h) - y(t-h)}{2h} = -\frac{y(t)}{t} \qquad (*) \qquad \text{d'où:} \qquad y(t) = \frac{t}{2h}(y(t-h) - y(t+h))$$

pour pouvoir résoudre cette équation il faut connaitre deux points de la solution $y(t-h)$ et $y(t+h)$.

Ecrivons (E) pour 4 points successifs: $\begin{cases} y_1 = t_1(y_0 - y_2)/2h \\ y_2 = t_2(y_1 - y_3)/2h \\ y_3 = t_3(y_4 - y_4)/2h \\ y_4 = t_4(y_3 - y_5)/2h \end{cases}$

et on remarque qu'il s'agit d'un système linéaire:

$$\begin{bmatrix} 1 & c_1 & 0 & 0 \\ -c_2 & 1 & c_2 & 0 \\ 0 & -c_3 & 1 & c_3 \\ 0 & 0 & -c_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 y_0 \\ 0 \\ 0 \\ -c_4 y_5 \end{bmatrix}, \text{ où } c_i = t_i/2h, \qquad h = t_i - t_{i-1}.$$

que l'on peut résoudre si l'on connait les valeurs de y_0 et y_5.

1- Ecrire une fonction y=fexoA(t0,y0,tk,yk,k) qui calcule en se servant de l'expression $(*)$, k approximations de la solution de l'équation (E). Les points t_0, y_0 et t_{k+1}, y_{k+1} étant donnés.

2- Application: $t_0 = 2, y_0 = 1, t_{k+1} = 10, y_{k+1} = 0$ et $k = 10, 20, 50$.

Faire un graphique qui compare la solution analytique avec les approximations calculées.