

Exercice 1 :

Soit A , B et C des sous-ensembles d'un ensemble non vide E .

1. Montrer les propriétés suivantes :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B \qquad A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A$$

$$C_E(A \cap B) = (C_E A) \cup (C_E B) \qquad C_E(A \cup B) = (C_E A) \cap (C_E B).$$

2. On désigne par $B - A$ l'ensemble des éléments de B n'appartenant pas à A .
Montrer que : $B - A = B \cap (C_E A)$.

Exercice 2:

En utilisant le fait que $\mathbb{R}$ est archimédien, montrer que $\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$.

Exercice 3:

Soit A et B deux parties non vides bornées de $\mathbb{R}$. Montrer que :

1. $A \subset B \Rightarrow (\sup A \leq \sup B \text{ et } \inf A \geq \inf B)$.

2. $A \cup B$ est bornée et déterminer $\sup (A \cup B)$ et $\inf (A \cup B)$.

Exercice 4:

Soit A et B deux parties non vides bornées de $\mathbb{R}_+^*$. On pose

$$P = \{z \in \mathbb{R}; \exists x \in A, \exists y \in B: z = xy\}$$

Montrer que P est bornée et déterminer $\sup P$ et $\inf P$.

Exercice 5 :

Soit (x_n) une suite de nombres réels croissante et majorée. Montrer (x_n) est convergente.