
Exercise 1. *Dire si* F_i; $i = 1, 2, 3$ *est un sous espace vectoriel de* $\mathbb{R}^3$.
$F_1 = \{(2b, b, c)/\ b, c \in \mathbb{R}\},\ F_2 = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3/\ a \le b \le c\},\ F_3 = (b^2, b, c)/\ b, c \in \mathbb{R}\}$

Exercise 2. *Soit :*

$$E = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z + t = 0,\ x - y + z - t = 0\}$$

1. *Montrer que* E *est un sous-espace vectoriel*
2. *Déterminer une base de* E
3. *Donner sa dimension*

Exercise 3. *On considère les deux sous ensembles suivants.*

$$E = \{(x, y, z) \mid x + y + z = 0\}, \quad F = \{(x, y, z) \mid x - y = 0\}$$

1. *Déterminer* $E \cap F$
2. *Montrer qu'il s'agit d'un sous espace vectoriel et déterminer une base.*

Exercise 4. *On considère dans* $\mathbb{R}^2$, *les sous espaces vectoriels*

$$E = \mathrm{Vect}((1, 0)), \quad F = \mathrm{Vect}((0, 1))$$

1. *Déterminer* $E + F$
2. *Montrer que* $E \cap F = \{0_{\mathbb{R}^2}\}$
3. *Conclure que* $\mathbb{R}^2 = E \oplus F$

Exercise 5. *Soient*

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3/\ x + y + z = 0\}, \quad F = \mathrm{Vect}((1, 1, 1))$$

1. *Montrer que* E *est un sous espace vectoriel de* $\mathbb{R}^3$
2. *Déterminer* $E \cap F$
3. *Montrer que* $\mathbb{R}^3 = E \oplus F$

Exercise 6. *Soit* $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *définie par :*

$$f(x, y, z) = (x + y + z,\ x - y)$$

1. *Montrer que* f *est une application linéaire.*
2. *Déterminer* $\ker(f),\ \mathrm{Im}(f)$.
3. *Donner le rang de* f.

Exercise 7. *On définit l'application linéaire* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ *par :*

$$f(x, y) = (x + 2y, 2x + 4y)$$

1. *Déterminer* $\ker(f),\ \mathrm{Im}(f)$
2. f *est-elle injectif ? surjectif ?*

Exercise 8. *Soit :*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

1. *Calculer le rang de* A
2. *Résoudre* $AX = 0$