
Exercise 1. *p, q et r trois propositions. Etablir les tautologies suivantes*

1. $(p \oplus q) \iff (\overline{p} \wedge q) \vee (p \wedge \overline{p})$,
2. $p \implies (q \implies p)$,
3. $(p \implies q) \implies [(q \implies r) \implies (p \implies r)]$,
4. $\overline{p \wedge q} \iff \overline{p} \vee \overline{q}$

Exercise 2. *Déterminer les valeurs de x et y.*

$$\begin{cases} (x-1)(y-2) = 0, \\ (x-2)(y-3) = 0. \end{cases}$$

Exercise 3. *Soit p, q deux assertions, on définit le connecteur logique NAND, noté par $\uparrow$ (the Sheffer stroke function), qui représente $\overline{p \wedge q}$. Exprimer les propositions suivantes, en fonction du connecteur $\uparrow$.*

$$\overline{p}, \; p \wedge q, \; p \vee q.$$

Exercise 4. *On considère la proposition suivante."Si le TD d'Algèbre 1 a commencé alors tous les étudiants sont en salle".*

1. *Ecrire la contraposée et la négation de la proposition.*
2. *Si la proposition est vraie et on constate que tous les étudiants sont en salle, peut-on déduire que le TD a commencé ?*

Exercise 5.

A) *Exprimer les expressions suivantes, en utilisant des quantificateurs et des symboles mathématiques.*
   1. *Le carré de tout réel est positif.*
   2. *Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré.*
   3. *Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.*
   4. *Aucun entier n'est supérieur à tous les autres.*

B) *Pour chaque énoncé, écrire la négtion, puis dire si l'énoncé initial est vrai ou faux.*
   1. $\forall x \in \mathbb{R}, \; x^2 + 1 > 0$
   2. $\exists x \in \mathbb{N}^\star, \; n^2 + 9 \leq 6n$
   3. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \; 1 - x + y^2 \geq 0$
   4. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, \; x + y \leq 0.$