

Série de TD N°1

Exercice 1: *Raisonnement direct*

- Le produit de deux nombres pairs est-il nécessairement pair?
- Le produit de deux nombres impairs est-il nécessairement impair? (SUPP)

Exercice 2: *Raisonnement par la contraposée*

Démontrez en utilisant la méthode de la contraposée que :

- $(\forall \varepsilon > 0, |x| \leq \varepsilon) \implies x = 0$.
- Si $(n^2 - 1)$ n'est pas divisible par 8, alors n est pair.

Exercice 3: *Raisonnement par l'absurde*

Prouvez par le raisonnement par l'absurde que :

- $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \text{ pair} \implies n \text{ est pair}$.
- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.(SUPP)

Exercice 4: *Raisonnement par contre exemple*

Montrer que les assertions suivantes sont fausses :

- $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 1$.
- Tout nombre entier pair est un produit de deux nombres pairs.

Exercice 5: *Raisonnement par récurrence*

Prouvez par récurrence que :

1. $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
2. $\forall n \in \mathbb{N}^*, 4^n + 6n - 1$ est un multiple de 9.(SUPP)