

## TD n° 1 de Mécanique

### Analyse dimensionnelles et calcul d'incertitudes

#### Exercice 1

Trouver la dimension des grandeurs physique suivantes :

La surface, Volume, Masse volumique, Fréquence, Vitesse linéaire, Vitesse angulaire, Accélération linéaire, Accélération angulaire, Force, Travail, Energie, Puissance, et la Pression.

#### Exercice 2

L'équation caractéristique d'un fluide à température constante est de la forme suivante :

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = c$$

Où  $p$  est la pression et  $V$  est le volume.

Déterminer les dimensions des grandeurs  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

#### Exercice 3

Vérifier l'homogénéité de cette formule : s'écrit sous cette formule :

$$p = \rho g h_1 + h_2 F$$

Tels que :  $P$  la pression,  $\rho$  la masse volumique,  $g$  une accélération de la pesanteur,  $h_1$  et  $h_2$  sont des hauteurs et  $F$  une force.

#### Exercice 4

1- Dans un fluide, une bille de rayon (نصف القطر)  $r$  animée d'une vitesse  $v$ , est soumise à une force de frottement donnée par  $F = -6\pi\eta r v$ , où  $\eta$  est la viscosité du fluide.

Quelle est la dimension de  $\eta$  ?

2- Lorsque la bille est lâchée sans vitesse initiale à l'instant  $t = 0$ , sa vitesse s'écrit pour  $t > 0$ :

$$v = a \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{b}\right)\right)$$

Où  $a$  et  $b$  sont deux grandeurs qui dépendent des caractéristiques du fluide. Quelles sont les dimensions de  $a$  et  $b$  ?

#### Exercice 5

Le son émis par le fil d'une guitare se caractérise par sa fréquence  $f$ . Cette fréquence est en fonction de la force  $F$  de la tension du fil, de la longueur  $L$  et de la masse volumique  $\rho$  du fil.

Trouver l'expression de la fréquence  $f$  en la supposant de la forme :

$$f = K F^a L^b \rho^c$$

(Avec  $K$  une constante sans dimension et la dimension de la fréquence  $[f] = T^{-1}$ ).

#### Exercice 6

A. La quantité de mouvement  $P$  ( $P = m.v$  où  $m$  est la masse et  $v$  la vitesse) associée à un photon dépend de sa fréquence  $f$  selon l'expression suivante :

$$P = \sigma^\alpha f^\beta c^\gamma$$

Où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $\sigma$  a la dimension suivante :  $[\sigma] = M \cdot L^2 \cdot T^{-1}$ .

En utilisant l'analyse dimensionnelle, trouvez les exposants  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ .

**B.** La vitesse moyenne d'une molécule de gaz est donnée par la formule suivante:

$$v = \sqrt{\frac{PV}{m}}$$

$m$  étant la masse de la molécule,  $V$  le volume et  $P$  la pression du gaz. Calculer l'incertitude relative de  $v$  en fonction de  $\Delta P$ ,  $\Delta m$  et  $\Delta V$ .

### Exercice 7

La vitesse limite atteinte par un parachute lesté est fonction de son poids  $P$  et de sa surface  $S$ ,

est donnée par :  $v = \sqrt{\frac{P}{k \cdot S}}$

1) Donner la dimension de la constante  $k$ .

2) Calculer la vitesse limite d'un parachute ayant les caractéristiques suivantes :

$M=90$  kg,  $S=80$  m<sup>2</sup>,  $g=9,81$  m/s<sup>2</sup>, et  $k=1,15$  MKS.

3) Le poids étant connu à 2 % près et la surface à 3 %, calculer l'incertitude relative  $\frac{\Delta v}{v}$  sur

la vitesse  $v$ , ainsi l'incertitude absolue  $\Delta v$  et déduire l'écriture condensée de cette vitesse.

### Exercices supplémentaires

#### Exercice 1

La hauteur  $H$  d'un liquide de masse  $M$  contenu dans un cylindre de rayon  $R$  est donnée par la relation :

$$H = \frac{(2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha)}{(R \cdot g \cdot \rho)}$$

Où  $\alpha$  est l'angle de contact liquide-cylindre,  $\rho$  la masse volumique du liquide et  $g$  l'accélération de pesanteur.

1- En utilisant les équations aux dimensions, trouver la dimension de  $\sigma$ .

2- Déterminer l'incertitude relative sur  $\sigma$  en fonction des incertitudes absolues  $\Delta R$ ,  $\Delta g$ ,  $\Delta M$  et  $\Delta \alpha$ .

#### Exercice 2

La fréquence  $f$  de résonance d'un circuit électrique est donnée par la formule :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$$

L et C sont connus avec des incertitudes absolues  $\Delta L$  et  $\Delta C$ .

Déterminer en fonction de L, C,  $\Delta L$  et  $\Delta C$  les incertitudes absolue et relative sur f avec les deux méthodes différentielles.