

TD n° 1 de Mécanique

Analyse dimensionnelles et calcul d'incertitudes

Exercice 1

Trouver la dimension des grandeurs physique suivantes :

La surface, Volume, Masse volumique, Fréquence, Vitesse linéaire, Vitesse angulaire, Accélération linéaire, Accélération angulaire, Force, Travail, Energie, Puissance, et la Pression.

Exercice 2

L'équation caractéristique d'un fluide à température constante est de la forme suivante :

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = c$$

Où p est la pression et V est le volume.

Déterminer les dimensions des grandeurs a , b et c .

Exercice 3

Vérifier l'homogénéité de cette formule : s'écrit sous cette formule :

$$p = \rho g h_1 + h_2 F$$

Tels que : P la pression, ρ la masse volumique, g une accélération de la pesanteur, h_1 et h_2 sont des hauteurs et F une force.

Exercice 4

1- Dans un fluide, une bille de rayon (نصف القطر) r animée d'une vitesse v , est soumise à une force de frottement donnée par $F = -6\pi\eta r v$, où η est la viscosité du fluide.

Quelle est la dimension de η ?

2- Lorsque la bille est lâchée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$, sa vitesse s'écrit pour $t > 0$:

$$v = a \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{b}\right)\right)$$

Où a et b sont deux grandeurs qui dépendent des caractéristiques du fluide. Quelles sont les dimensions de a et b ?

Exercice 5

Le son émis par le fil d'une guitare se caractérise par sa fréquence f . Cette fréquence est en fonction de la force F de la tension du fil, de la longueur L et de la masse volumique ρ du fil.

Trouver l'expression de la fréquence f en la supposant de la forme :

$$f = K F^a L^b \rho^c$$

(Avec K une constante sans dimension et la dimension de la fréquence $[f] = T^{-1}$).

Exercice 6

A. La quantité de mouvement P ($P = m.v$ où m est la masse et v la vitesse) associée à un photon dépend de sa fréquence f selon l'expression suivante :

$$P = \sigma^\alpha f^\beta c^\gamma$$

Où c est la vitesse de la lumière et σ a la dimension suivante : $[\sigma] = M \cdot L^2 \cdot T^{-1}$.

En utilisant l'analyse dimensionnelle, trouvez les exposants α , β et γ .

B. La vitesse moyenne d'une molécule de gaz est donnée par la formule suivante:

$$v = \sqrt{\frac{PV}{m}}$$

m étant la masse de la molécule, V le volume et P la pression du gaz. Calculer l'incertitude relative de v en fonction de ΔP , Δm et ΔV .

Exercice 7

La vitesse limite atteinte par un parachute lesté est fonction de son poids P et de sa surface S ,

est donnée par : $v = \sqrt{\frac{P}{k \cdot S}}$

1) Donner la dimension de la constante k .

2) Calculer la vitesse limite d'un parachute ayant les caractéristiques suivantes :

$M=90$ kg, $S=80$ m², $g=9,81$ m/s², et $k=1,15$ MKS.

3) Le poids étant connu à 2 % près et la surface à 3 %, calculer l'incertitude relative $\frac{\Delta v}{v}$ sur

la vitesse v , ainsi l'incertitude absolue Δv et déduire l'écriture condensée de cette vitesse.

Exercices supplémentaires

Exercice 1

La hauteur H d'un liquide de masse M contenu dans un cylindre de rayon R est donnée par la relation :

$$H = \frac{(2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha)}{(R \cdot g \cdot \rho)}$$

Où α est l'angle de contact liquide-cylindre, ρ la masse volumique du liquide et g l'accélération de pesanteur.

1- En utilisant les équations aux dimensions, trouver la dimension de σ .

2- Déterminer l'incertitude relative sur σ en fonction des incertitudes absolues ΔR , Δg , ΔM et $\Delta \alpha$.

Exercice 2

La fréquence f de résonance d'un circuit électrique est donnée par la formule :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$$

L et C sont connus avec des incertitudes absolues ΔL et ΔC .

Déterminer en fonction de L, C, ΔL et ΔC les incertitudes absolue et relative sur f avec les deux méthodes différentielles.