Université De Tlemcen

Faculté Des Sciences

Année Universitaire 2024/2025

Département De Mathématiques

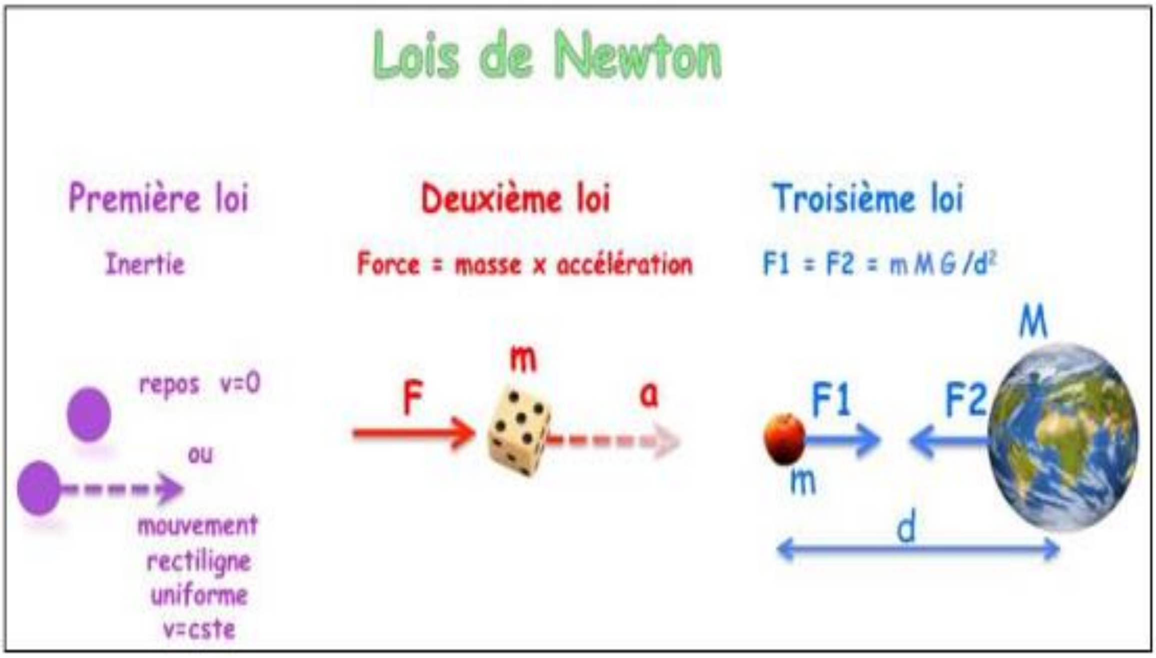
1ERE ANNEE LMD-MATH ET MI

COURS DE MECANIQUE

DU POINT MATERIEL

Chapitre V : Dynamique du point matériel

Préparé par : Mme Hadjou Belaid Zakia



Sommaire

1. Introduction

En physique, la dynamique est la science qui étudie la relation entre le corps en mouvement et les causes qui provoquent ce mouvement. Elle prédit aussi le mouvement du corps situé dans un milieu déterminé. La dynamique, plus précisément, est l'analyse de la relation entre la force appliquée et les changements du mouvement du corps.

2. La quantité de mouvement et lois de Newton

2.1. La quantité de mouvement كمية الحركة

La quantité de mouvement d'une particule est le produit de sa masse par son vecteur vitesse instantanée.

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

Les expériences ont prouvés que la quantité de mouvement d'un système composé de deux particules, soumises à leurs seules influences mutuelles, reste constante.

Théorème : « Dans un système isolé de deux particules, la variation de la quantité de mouvement d'une particule au cours du temps est égale et de sens opposé à la quantité de mouvement de l'autre particule au cours du même temps ».

2.2. Les trois lois de Newton

2.2.1. Principe d'inertie Galiléen مبدا العطالة (ou première loi de Newton)

Si le corps matériel n'est soumis à aucune force, il est soit en mouvement rectiligne uniforme, soit au repos, s'il était initialement au repos.

Pour une particule le principe d'inertie s'énonce ainsi : «Une particule libre et isolée se déplace en mouvement rectiligne avec une vitesse constante».

Remarque : Une particule libre se déplace toujours avec une quantité de mouvement constante (principe d'inertie).

2.2.2. Deuxième loi de Newton (principe fondamentale de la dynamique) المبدء الأساسي للتحريك

Dans un sens abstrait, la force représente l'effort nécessaire pour modifier l'état de mouvement d'un corps, en particulier pour modifier sa vitesse. Des corps différents présentent une inertie différente, c'est-à-dire une résistance différente à un changement de leur état d'inertie donc une résistance différente à un changement de leur état de mouvement. Cette propriété doit donc être prise en compte dans la définition de la force. À cet effet, nous introduisons une nouvelle grandeur physique appelée quantité de mouvement d'un corps

$\vec{P} = m\vec{v}$. Par conséquent, la force peut être définie par la dérivée de la quantité de mouvement P.

Cela veut dire que la résultante des forces appliquées à une particule est :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Cette équation s'appelle « équation du mouvement »

$$\vec{F} = \frac{dm\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\,\overbrace{\frac{dm}{dt}}^{=0} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Donc $\vec{F} = m\vec{a}$

Car la masse m du mobile est constante (ce qui est fréquent en mécanique newtonienne).

En générale la deuxième loi de Newton pour une particule en mouvement s'écrit par :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

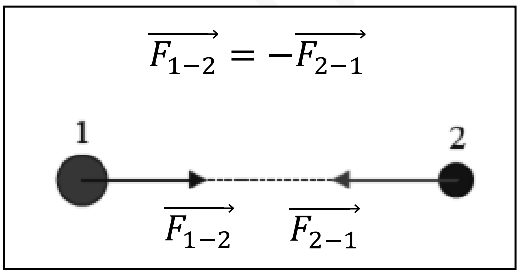
Dans le système S.I. l'unité de la force est *Newton*: **1*Newton*=1*N*=1 *kg.m.s*$^{-2}$.**

Enoncé du Principe fondamentale de la dynamique (2eme loi de Newton) : dans un référentiel Galiléen, la somme des forces extérieur appliquées à un système est égale à la dérivée du vecteur de quantité du mouvement du centre d'inertie de ce système.

2.2.3. Troisième loi de Newton ou principe de l'action et de la réaction مبدا الفعل و رد الفعل

Lorsque deux particules sont en influence mutuelle, la force appliquée par la première particule sur la deuxième, est égale, et de signe contraire à la force appliquée par la deuxième particule sur la première.

C'est ce que montre la figure suivante et qui nous permet d'écrire :



$$\left|\overrightarrow{F_{1-2}}\right| = \left|\overrightarrow{F_{2-1}}\right|$$

3. Notion de force et loi de force

La définition de la force par l'équation $\vec{F} = m\vec{a}$ nous permet d'exprimer la force correspondante à l'effet étudié en fonction des facteurs physiques telles que la distance, la masse, la charge électrique des corps….Nous arriverons en fin de compte à dégager « la loi de force ».

Cette loi montre clairement l'expression de la force (la résultante) appliquée à un point matériel dans une situation bien définie.

3.1. Force de pesanteur « poids $\vec{p}$ »الثقل او قوة الجادبية

C'est la gravitation qui fait que tous les corps de l'univers s'attirent mutuellement. C'est une force attractive, à longue portée et de faible amplitude. Le phénomène gravitationnel est créé par l'interaction entre deux corps. La force de gravité qui agit sur l'humain lorsqu'il est sur la Terre est la résultante de l'interaction entre la Terre et le corps humain. Comme la Terre est plus imposante, la force gravitationnelle attire le corps humain vers le centre de la Terre. C'est la pesanteur.

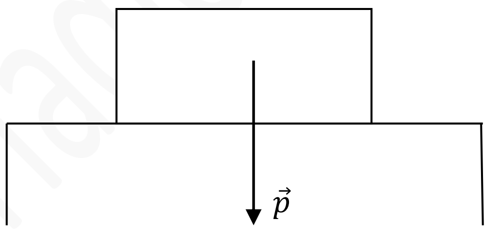
La masse (m) est l'ensemble de la matière constituant un objet, alors que le poids (p) est le résultat de la force de la gravité (g) sur la masse. La formule mathématique est la suivante :

$$p = m \times g.$$

Le champ de pesanteur est représenté en tout point du globe par le vecteur : $\vec{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{m}\vec{\boldsymbol{g}}$.

Avec $\vec{g}$ est le vecteur de l'accélération de la pesanteur, elle dépend de la latitude à laquelle le corps se trouve. Son module g est en général considéré comme constant et la valeur retenue, au niveau moyen de la mer, est 9.81 $m.s^{-2}$.

Représentation de la force du poids : $\vec{p}$ est toujours vertical, et dirigé vers le bas.



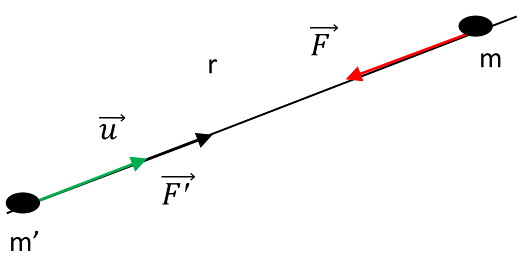
3.2. Force à distance القوة عن بعد

Supposons deux corps séparés par une distance r, de masse m et m' respectivement.

La force attractive exercée par m sur m' est : $\vec{F} = \overrightarrow{F_{m/m'}} = -G\,\frac{mm'}{r^2}\vec{u}$

La force attractive exercée par m' sur m est : $\vec{F'} = \overrightarrow{F_{m'/m}} = G\,\frac{mm'}{r^2}\vec{u'}$

Alors $\vec{F} = -\vec{F}'$



où G est une constante dont la valeur est déterminée expérimentalement comme suit :
$G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$.

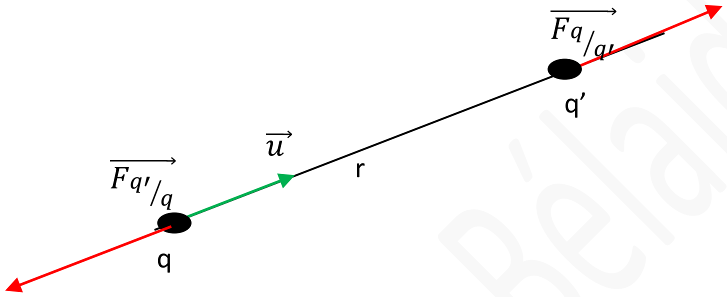
3.3. Force électrique القوة الكهربائية

Soit deux charges électriques q et q' séparés par une distance r.
La force électrique exercée par q sur q' est donnée par :

$$\overrightarrow{F_{q/q'}} = k\frac{qq'}{r^2}\vec{u}$$

Avec k une constante.
La force électrique exercée par q' sur q est donnée par :

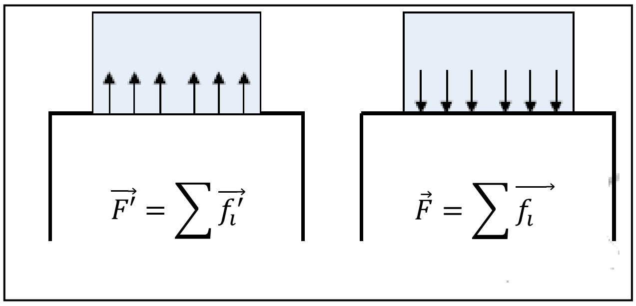
$$\overrightarrow{F_{q'/q}} = k\frac{qq'}{r^2}\overrightarrow{u'}$$



3.4. Forces de liaison ou forces de contact

Il s'agit des forces agissant mutuellement entre les corps en contact.
Soit un corps solide posé sur une table, le corps est en équilibre sur cette table, c'est à dire que l'accélération est nulle ($\vec{a} = \vec{0}$).

Face à la force $\vec{F}$, représentant la résultante de toutes les interactions des molécules constituant le corps, et appliquée à la table, cette dernière à son tour applique la force $\vec{F}'$qui est la résultante de toutes les interactions des molécules constituant la surface de la table qui est en contact avec le corps. Les deux forces $\vec{F}$ et $\vec{F}'$sont appelées forces de contact ou de liaison à cause du contact des deux corps entre eux. Avec $\vec{F} = -\overrightarrow{F'}$ et $|\vec{F}| = |\overrightarrow{F'}|$



3.5. Forces de frottement قوة الاحتكاك

Chaque fois qu'il y a contact entre deux surfaces rugueuses de deux corps solides, une résistance apparaît alors et s'oppose au mouvement relatif des deux corps. Cette résistance est appelée la force de frottement.

Il existe différents facteurs influençant la force de frottement. Il faut considérer les types de surface qui sont en contact. Des surfaces lisses offrent généralement moins de frottement que des surfaces rugueuses. Les frottements entre les corps solides peuvent être statiques et dynamiques.

a- Force de frottement statique

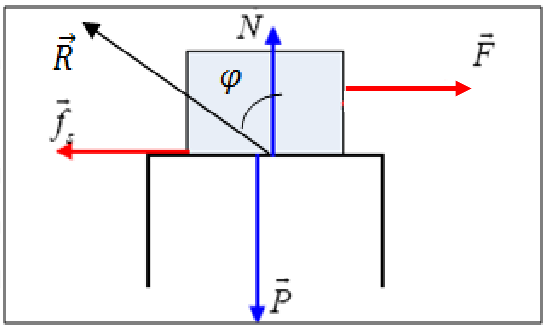
La force de frottement statique est la force qui maintient le corps en état de repos même en présence d'une force extérieure.

<u>Exemple</u> : Cas d'un corps posé sur un plan horizontal

Considérons le corps de la figure ci-dessous. Il est soumis à quatre forces.

Soit f_s , la force de frottement statique et $\vec{P}$ et $\vec{N}$ sont respectivement le poids et la force de réaction normale du support.

Pour que le corps posé sur la table se mette en mouvement il faut lui appliquer une force minimale $\vec{F}$.



La masse reste immobile tant que $F<f_s$, il y a une résistance au mouvement.

Dans ce cas la réaction du support est la force résultante donnée par : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f_s}$

A l'équilibre :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{N} + \vec{f_s} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$

En faisant la projection sur les deux axes Ox et Oy :

sur Oy : $P=N$ et sur Ox : $F=f_s$

La masse commence son mouvement lorsque $F>f_s$

L'expérience montre que le rapport (f_s/N) est constant.

$$tg\varphi = \frac{f}{N} = cst = \mu$$

μ: est le coefficient de frottement et φ l'angle de frottement

On appel coefficient de frottement statique lorsque le corps est immobile. Le coefficient de frottement statique est un rapport entre la force de frottement statique d'un objet et la force normale et on écrit :

$$tg\varphi = \frac{f_s}{N} = \mu_s$$

b- Force de frottement dynamique

Le frottement cinétique ou dynamique est la force de frottement présente lorsqu'un objet est en mouvement sur un autre objet.

Le coefficient de frottement dynamique est un rapport entre la force de frottement dynamique d'un objet et la force normale.

La masse commence son mouvement lorsque $F>f_d$.

Le coefficient de frottement dynamique s'écrit par :

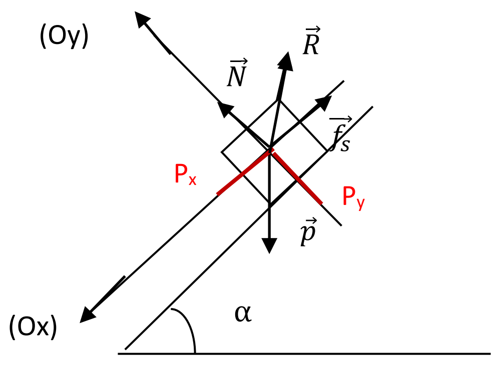
$$tg\varphi = \frac{f_d}{N} = \mu_d$$

Exercice d'application :

On considère un petit bloc de masse m abandonné sans vitesse initiale au point A d'un plan incliné faisant un angle α=30° par rapport à l'horizontale. Le point A est à une hauteur h_0.

1- Quelle est la valeur du coefficient de frottement statique μ_s qui permet de maintenir la masse en équilibre au point A.

<u>Corrigé :</u>



Quelle est la valeur du coefficient de frottement statique μ_s qui permet de maintenir la masse en équilibre au point A

-A l'équilibre : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \;\Rightarrow \vec{N} + \vec{f_s} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$

Suivant (Ox) $-f_s + p_x = 0 \;\Rightarrow f_s = m\,g\,\sin\alpha$

Suivant (Oy) $N - p_y = 0 \;\Rightarrow\; N = m\,g\,\cos\alpha$

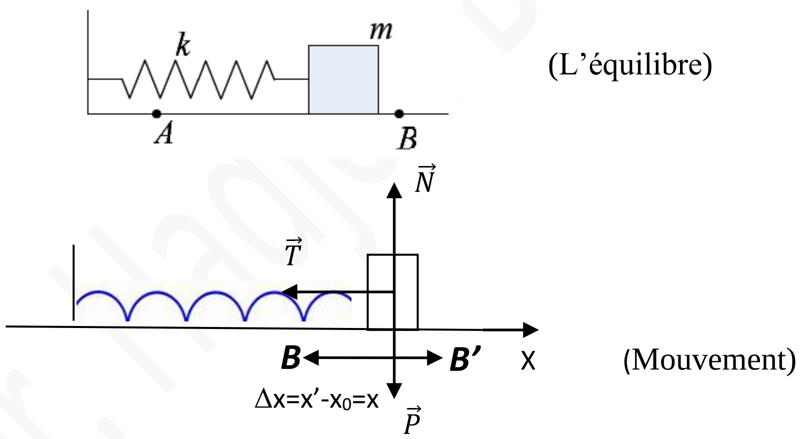
Pour que le corps reste immobile sur le plan, il faut que $f_s > p_x$

$$\text{On a } \; tg\varphi = \frac{f_s}{N} = \mu_s = \frac{m\,g\,\sin\alpha}{m\,g\,\cos\alpha} = tg\alpha$$

La valeur maximale que peut prendre le coefficient de frottement statique μ_s est tg α.

3.6. Les forces élastiques قوة الارجاع او قوة المرونية

La force élastique est la force appliquée à un objet qui tend à reprendre sa forme après avoir été déformé. Les forces élastiques provoquent des mouvements périodiques. Le plus courant est le mouvement sinusoïdal ; comme le cas du ressort.



Force élastique : Tension du ressort

On a $\quad PFD : \sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\vec{N} + \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

M est la masse du corps

N est la force de réaction du support

P est la force du poids du corps

T est la force de rappel **قوة الارجاع** du ressort

Par projection :

Sur Ox on a : *T= -kx =ma*

Sur Oy on a : N-P=0 donc N=P=mg

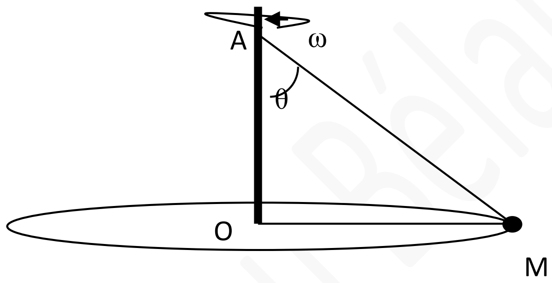
Avec k est la constante de raideur ثابت المرونة du ressort.

Exercice d'application :

Une balle de masse m est attachée par deux fils (Am et Om) à un poteau vertical. Tout le système tourne avec une vitesse angulaire ω constante autour de l'axe du poteau

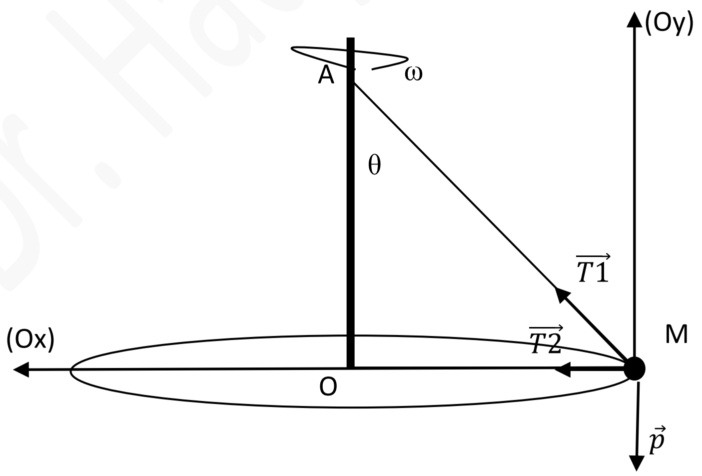
(on connait g l'accélération de la pesanteur, θ et $L = |\overrightarrow{OM}|$)

1. En supposant ω suffisamment grande pour maintenir les deux fils tendus, trouver la force (tension du fil) que chaque fil exerce sur la boule.
2. Quelle est la vitesse angulaire minimum ω_{min} pour laquelle le fil du bas reste tendu.



Corrigé :

Calcul de la tension T sur le fil



1-Trouvons la force (tension du fil) que chaque fil exerce sur la boule.

D'après le principe fondamental de la dynamique

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = m\vec{a}$

Le mouvement de la boule est circulaire donc l'accélération dans ce cas est l'accélération normale a_N qui est dirigé vers le centre du cercle (avec $a_N=v^2/R$)

On choisit le repère tel que :

(Ox) est suivant l'accélération normale et il est dirigé vers le centre du cercle.

Par projection sur les axes (Oy) et (Ox) on aura :

Sur (Ox) : $T_2+T_1 \sin\theta= ma_N \Rightarrow T_2 + T_1 \sin\theta = m\frac{v^2}{R}$

Sur (Oy) : $p- T_1 \cos\theta=0 \Rightarrow mg= T_1 \cos\theta$

Donc $T_1 = \frac{mg}{cos\theta}$

$T_2 = m\frac{v^2}{R} - T_1 \sin\theta = m\frac{v^2}{R} - \frac{mg}{cos\theta} \sin\theta$

Donc $T_2 = m\frac{v^2}{R} - m\,g\,tg\,\theta$

2- La vitesse angulaire minimum ω_{min} pour laquelle le fil du bas reste tendu

Pour que le fil du bas reste tendu, il faut que $T_2 \geq 0$

$$T_2 = m\frac{v^2}{R} - m\,g\,tg\,\theta \geq 0 \Rightarrow \frac{v^2}{R} \geq g\,tg\,\theta$$

Avec $v = \omega R \Rightarrow \frac{\omega^2 R^2}{R} \geq g\,tg\,\theta$ avec R=OM=L

Donc $\omega^2 L \geq g\,tg\,\theta \Rightarrow \omega^2 \geq \frac{g\,tg\,\theta}{L}$

Et $\omega \geq \sqrt{\frac{g\,tg\,\theta}{L}}$ alors $\omega_{min} = \sqrt{\frac{g\,tg\,\theta}{L}}$

Référence :

1. C.J. Papachristou, Foundations of Newtonian Dynamics: An Axiomatic Approach for the Thinking Student, Nausivios Chora, Vol. 4 (2012) 1531.

2. C.J. Papachristou, Introduction to Electromagnetic Theory and the Physics of Conducting Solids (Springer, 2020).