



Tutorial sheet N° 0

Exercise 01

We admit that $\sqrt{2}$ is irrational; (On admet que $\sqrt{2}$ est irrationnel)

(1) Calculate (calculer) : $\left((\sqrt{2})^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}}$

(2) Find two irrational numbers a and b such that a^b is a rational number.
(Déterminer deux irrationnels a et b tels que a^b soit rationnel).

Exercise 02

We say that three natural numbers a , b and c form a pythagorean triplet if they satisfy the relation :

(On dit que trois entiers naturels a , b et c forment un triplet pythagoricien s'ils satisfont la relation):

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ or (ou) } a^2 + c^2 = b^2 \text{ or (ou) } b^2 + c^2 = a^2$$

(1) Let (Soit) $n \in \mathbb{N}^*$. Show that $2n$, $n^2 - 1$ and $n^2 + 1$ form a pythagorean triplet.
(Montrer que $2n$, $n^2 - 1$ et $n^2 + 1$ forment un triplet pythagoricien).

(2) 20 and 21 are two natural numbers of a pythagorean triplet. Find the third.
(20 et 21 sont deux entiers naturels d'un triplet pythagoricien. Trouver le troisième).

Exercise 03 (Divisibility by 37) (Divisibilité par 37)

Show that all natural numbers of the following types are always divisible by 37 :

(Montrer que tous les entiers naturels du type suivant sont toujours divisibles par 37):

- identical 3-digit numbers (nombres à 3 chiffres identiques) ($n = aaa$). ($1 \leq a \leq 9$)

- identical 6-digit numbers (nombres à 6 chiffres identiques) ($n = aaaaaa$). ($1 \leq a \leq 9$)

- numbers written by juxtaposing two given digits three times ($n = ababab$).

nombres écrits en juxtaposant trois fois deux chiffres donnés ($n = ababab$).

($1 \leq a \leq 9$) and (et) ($1 \leq b \leq 9$)

Exercise 04

Let (soit) $n \in \mathbb{N}^*$.

(1) Calculate (calculer) $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$;

(2) Let (soit) $q \neq 1$.

$$T_n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^n.$$

Calculate (calculer) $T_n - qT_n$ and deduce (et en déduire) T_n .