

Contrôle continu -S1
Statistiques Mathématiques
Master 1-Statistiques et Probabilités Approfondies
2023/2024

Exercice 1 :

Soit la v.a X , absolument continue de densité de probabilité donnée par

$$f(x, a, b) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} \exp(-bx) \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(x),$$

où a, b sont des constantes strictement positives inconnues.

1- Calculer $\mathbb{E}_{a,b}(X)$ et $Var_{a,b}(X)$.

2- On extrait un échantillon \underline{X} de la v.a X . Par la méthode des moments, construire un estimateur du paramètre bidimensionnel (a, b) .

Exercice 2 :

Un directeur d'agence bancaire effectue une étude associée à la durée (en minutes) de traitements des dossiers de ses clients, bénéficiaires d'un crédit bancaire, et ce afin d'améliorer et de mieux gérer les demandes. La durée est supposée aléatoire suivant une loi de Gauss. On prélève un échantillon de 30 dossiers dont les données sont représentées dans le tableau des pondérations suivant

Durée	[0,10[[10,20[[20,30[[30,40[[40,50[[50,60[
Effectifs	6	10	3	1	3	7

À un niveau de confiance de 5%, donner un intervalle de confiance pour le paramètre moyenne de la loi en question.

Exercice 3 :

Soit le modèle gaussien de loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)_{\mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 > 0}$ où σ^2 est inconnue. À un niveau $\alpha \in]0, 1[$, donner la région de rejet associée au test Φ d'hypothèses :

$$H_0 : \mu = \mu_0 \text{ contre } H_1 : \mu \neq \mu_0.$$

Φ est-il UPP? Justifier.

Exercice 4 :

Au service de pédiatrie, une enquête est menée afin d'étudier la durée du sommeil des enfants ayant un âge entre 1 et 2 ans. Des observations d'un groupe de 40 enfants, ont pu conclure une durée moyenne de sommeil par nuit égale à 10.2 heures avec une variance de 4.41 heures. La moyenne de sommeil espérée est de 11.7 heures chez les enfants ayant cet âge. À un niveau de 5%, dire si les enfants examinés dorment-ils autant que ceux de la population.