Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen **Année Universitaire 2023-2024**
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

2ème Année Licence Mathématique Durée : 01H30.

Epreuve finale : Logique mathématique

Les calculatrices et téléphones portables sont strictement interdits

---

Exercice 1 : (06 points)

En associant les énoncés élémentaires "Paul est étudiant", "Quentin est étudiant", "René est étudiant" aux propositions p, q, r, respectivement ; associer à chacun des énoncés suivants la formule propositionnelle qui semble lui correspondre sémantiquement :
1. Paul et Quentin sont étudiants.
2. Paul ou Quentin est étudiant.
3. Exactement un seul parmi Paul et Quentin est étudiant.
4. Ni Paul ni René ne sont étudiants.
5. Au moins l'un des trois n'est pas étudiant.
6. Un seul parmi les trois n'est pas étudiant.

Exercice 2 : (06 points)

Dans une promo à l'université de Tlemcen, il n'y a que deux étudiants Mohamed et Selma qui vont passer le rattrapage des trois matières suivantes : Algèbre, Analyse et Informatique. Les résultats des étudiants sont donnés dans le tableau suivant :

	Algèbre	Analyse	Informatique
Mohamed	12	5	16
Selma	14	15	7

Soit $E = \{$ Mohamed, Selma $\}$ l'ensemble des étudiants.
Notons par $F = \{$ Algèbre, Analyse, Informatique $\}$ l'ensemble des matières.
Pour tout x dans E et tout y dans F, on désigne par $P(x, y)$ l'expression :

" l'étudiant x a la moyenne (10 ou plus) dans la matière y ".

Dire en justifiant si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

1. $\forall x \in E, \forall y \in F : P(x, y)$,
2. $\exists x \in E, \exists y \in F : P(x, y)$,
3. $\exists x \in E, \forall y \in F : P(x, y)$,
4. $\forall y \in F, \exists x \in E : P(x, y)$.
5. $\exists y \in F, \forall x \in E : \overline{P(x, y)}$.
6. $\exists y \in F, \forall x \in E : P(x, y)$.

Exercice 3 : (08 points)

Vous êtes coincé dans une île déserte avec deux bouteilles d'eau vides de capacités différentes : 5 litres et 9 litres. Il y a une source d'eau douce sur l'île. Cependant, vous n'avez rien pour mesurer précisément les quantités d'eau, et vous devez mesurer exactement 6 litres d'eau pour activer un mécanisme qui vous permettra de quitter l'île.
Voici les règles :
1-Les bouteilles peuvent être remplies d'eau à partir de la source.
2-Les bouteilles peuvent être vidées où vous voulez sur l'île.
3-Vous pouvez transvaser l'eau d'une bouteille à une autre autant de fois que nécessaire.
Pouvez-vous trouver une séquence d'actions pour mesurer exactement 6 litres d'eau en utilisant les deux bouteilles ?

Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen **Année Universitaire 2023-2024**
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

2ème Année Licence Mathématique Durée : 01H30.

Corrigé EF : Logique mathématique

Les calculatrices et téléphones portables sont strictement interdits

---

Exercice 1 : (06 points)

En associant les énoncés élémentaires "Paul est étudiant", "Quentin est étudiant", "René est étudiant" aux propositions p, q, r, respectivement ; associer à chacun des énoncés suivants la formule propositionnelle qui semble lui correspondre sémantiquement :

1. Paul et Quentin sont étudiants. $p \wedge q$ $\boxed{\text{01pt}}$
2. Paul ou Quentin est étudiant. $p \vee q$ $\boxed{\text{01pt}}$
3. Exactement un seul parmi Paul et Quentin est étudiant. $(p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge q)$ $\boxed{\text{01pt}}$
4. Ni Paul ni René ne sont étudiants. $\bar{p} \wedge \bar{r}$ $\boxed{\text{01pt}}$
5. Au moins l'un des trois n'est pas étudiant. $\bar{p} \vee \bar{q} \vee \bar{r}$ $\boxed{\text{01pt}}$
6. Un seul parmi les trois n'est pas étudiant.$(\bar{p} \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \bar{q} \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \bar{r})$ $\boxed{\text{01pt}}$

Exercice 2 : (06 points)

Dans une promo à l'université de Tlemcen, il n'y a que deux étudiants Mohamed et Selma qui vont passer le rattrapage des trois matières suivantes : Algèbre, Analyse et Informatique. Les résultats des étudiants sont donnés dans le tableau suivant :

	Algèbre	Analyse	Informatique
Mohamed	12	5	16
Selma	14	15	7

Soit $E = \{$ Mohamed, Selma $\}$ l'ensemble des étudiants.
Notons par $F = \{$ Algèbre, Analyse, Informatique $\}$ l'ensemble des matières.
Pour tout x dans E et tout y dans F, on désigne par $P(x, y)$ l'expression :

" l'étudiant x a la moyenne (10 ou plus) dans la matière y ".

Dire en justifiant si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

1. $\forall x \in E, \forall y \in F : P(x, y)$, 4. $\forall y \in F, \exists x \in E : P(x, y)$.
2. $\exists x \in E, \exists y \in F : P(x, y)$, 5. $\exists y \in F, \forall x \in E : \overline{P(x, y)}$.
3. $\exists x \in E, \forall y \in F : P(x, y)$, 6. $\exists y \in F, \forall x \in E : P(x, y)$.

1. $\forall x \in E, \forall y \in F : P(x,y)$, est fausse $\boxed{0.5pt}$ car Mohamed n'a pas la moyenne en Analyse. $\boxed{0.5pt}$
2. $\exists x \in E, \exists y \in F : P(x,y)$, est vraie $\boxed{0.5pt}$ car Selma a la moyenne en Algèbre. $\boxed{0.5pt}$
3. $\exists x \in E, \forall y \in F : P(x,y)$, est fausse $\boxed{0.5pt}$ car pour les deux étudiants il existe une matière où ils n'ont pas la moyenne. $\boxed{0.5pt}$
4. $\forall y \in F, \exists x \in E : P(x,y)$, est vraie $\boxed{0.5pt}$ car d'après le tableau dans toute les matières il existe un étudiant qui a la moyenne. $\boxed{0.5pt}$
5. $\exists y \in F, \forall x \in E : \overline{P(x,y)}$, est fausse $\boxed{0.5pt}$ car y'a pas une matière où tout les étudiants n'ont pas la moyenne. $\boxed{0.5pt}$
6. $\exists y \in F, \forall x \in E : P(x,y)$, est vraie $\boxed{0.5pt}$ car en Algèbre Mohamed et Selma ont la moyenne. $\boxed{0.5pt}$

Exercice 3 : (08 points)

Vous êtes coincé dans une île déserte avec deux bouteilles d'eau vides de capacités différentes : 5 litres et 9 litres. Il y a une source d'eau douce sur l'île. Cependant, vous n'avez rien pour mesurer précisément les quantités d'eau, et vous devez mesurer exactement 6 litres d'eau pour activer un mécanisme qui vous permettra de quitter l'île.
Voici les règles :
1-Les bouteilles peuvent être remplies d'eau à partir de la source.
2-Les bouteilles peuvent être vidées où vous voulez sur l'île.
3-Vous pouvez transvaser l'eau d'une bouteille à une autre autant de fois que nécessaire.
Pouvez-vous trouver une séquence d'actions pour mesurer exactement 6 litres d'eau en utilisant les deux bouteilles ?

Étape	Bouteille de 5 L	Bouteille de 9 L
1	0	0
2	5	0
3	0	5
4	5	5
5	1	9
6	1	0
7	0	1
8	5	1
9	0	6