L1-ST A.U: 2023-2024

Série de TD0 - Math2

Exercice 1

Parmi les ensembles suivants, reconnaître ceux qui sont des sous-espaces vectoriels :

1)$E_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 | x = t \text{ et } y = z\}$ 2)$E_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = 1\}$
3)$E_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + xy \geq 0\}$ 4)$E_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$

Exercice 2

Les familles suivantes sont-elles libres ?
i. $u_1 = (1, 0, 1), u_2 = (0, 2, 2)$ et $u_3 = (3, 7, 1)$ dans $\mathbb{R}^3$.
ii. $v_1 = (1, 0, 0), v_2 = (0, 1, 1)$ et $v_3 = (1, 1, 1)$ dans $\mathbb{R}^3$.

Exercice 3

Dans $\mathbb{R}^3$ on considère le sous ensemble suivant:

$$E_1 = \{(a + b, b - 3a, a) \in \mathbb{R}^3 | a, b \in \mathbb{R}\}.$$

1. Montrer que E_1 est un s.e.v de $\mathbb{R}^3$.
2. Déterminer une base B_1 de E_1.
3. En déduire $\dim E_1$.

Exercice 4 (SUPP)

Soit f une application définie par:

$$\begin{aligned} f : \quad \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) &\longrightarrow f(x, y, z) = (2y - 2z, x + y - 2z). \end{aligned}$$

1. Montrer que f est une application linéaire.
2. Déterminer $Kerf$ le noyau de f, puis donner une base de $Kerf$ et en déduire $dim(Kerf)$.
3. f est- elle injective ?
4. Donner $dim(Imf)$.
5. f est-elle surjective ?