
Exercice 1

Parmi les propositions suivantes lesquelles sont vraies:

1. Le ciel est bleu quand il fait beau.
2. $2 + 2 = 5$.
3. Toutes les roses sont rouges.

Exercice 2

Former la négation des propositions suivantes :

1. $[(p \Rightarrow q) \vee r] \wedge (p \vee q)$.
2. $[(p \wedge q) \vee r] \Rightarrow (p \wedge r)$.

Exercice 3

Soient les assertions suivantes :

(a) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : x + y > 0$; (b) $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x + y > 0$;
(c) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : x + y > 0$; (d) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : y^2 > x$.

Les assertions (a), (b), (c), (d) sont-elles vraies ou fausses ? Donner leur négation.

Exercice 4: Raisonnement direct

Montrez que si n est impair alors n^2 est impair.

Exercice 5: Raisonnement par récurrence

Démontrer par récurrence que, pour tout entier $n \geq 1$, la somme des premiers n entiers impairs est donnée par la formule suivante :

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Exercice 6: Raisonnement par la contraposée

Si x est un entier tel que x^2 n'est pas divisible par 3, alors x n'est pas divisible par 3.