Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2023/2024
Durée : 01 h 30min
1ère Année LMD-M et MI

Examen Final d'électricité

(Calculatrice autorisée)

Questions de cours: (6pts)

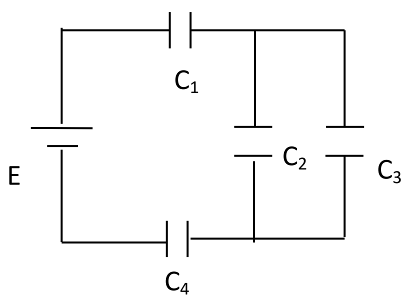
1. Une sphère métallique (S) de rayon R et d'épaisseur très mince, est initialement isolée. On approche une charge ponctuelle +q à la distance (2R) du centre de la sphère S. Un nouvel état d'équilibre s'établit.
   Montrer que la sphère se charge négativement lorsqu'on relie (S) à la terre. Calculer cette charge.
2. Considérons un condensateur formé par deux plans parallèles (armatures) de méme surface S, séparés par une distance e. L'un porte une charge positive de densité $(+\sigma)$ et l'autre négativement $(-\sigma)$. Sachant que le champ électrique crée par un plan chargé en surface par une densité surfacique σ, est donné par $\mathbf{E=\sigma/2\varepsilon_0}$.
   - Donner l'expression du champ électrique entre les deux armatures.
   - En déduire l'expression de sa capacité
3. Que représente la densité de courant $\vec{j}$ et quelle est la relation entre cette dernière et la conductivité diélectrique σ et le champ électrique E ?
4. Ecrire la forme du champ électrique élémentaire $d\vec{E}$ dans le cas d'une distribution de charge linéaire.

Exercice 1: (06 pts)

Soit un groupement de condensateurs illustré sur la figure suivante:

1- Déterminer la capacité équivalente du montage.
2- Calculer la charge électrique portée par chaque condensateur.
3- Calculer la tension entre les armatures de chaque condensateurs du circuit.
4- Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur C_1.

On donne : C_1 =2 µF; C_2 = 4 µF; C_3=10 µF; C_4=7 µF et E =12V

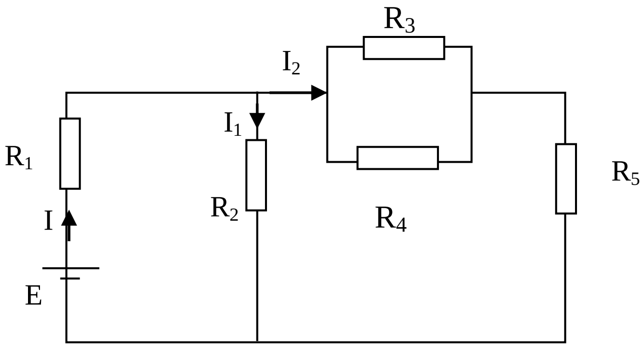


Exercice 2: (08 pts)

On considère le circuit suivant.

1- Calculer la valeur de l'intensité du courant I en utilisant les deux lois de Kirchhoff.
2- Retrouver la valeur de I, en utilisant la résistance équivalente R_{eq} du circuit.
3- Trouver les courants passants dans les résistances R_3 et R_4.
4- Calculer la puissance totale P_T dissipée par la résistance équivalente du circuit et calculer la puissance P fournie par la source E. Conclure.

Avec : R_1=2Ω, R_2=20Ω, R_3=12Ω, R_4=6Ω, R_5=16Ω et E=24 V



Bon courage

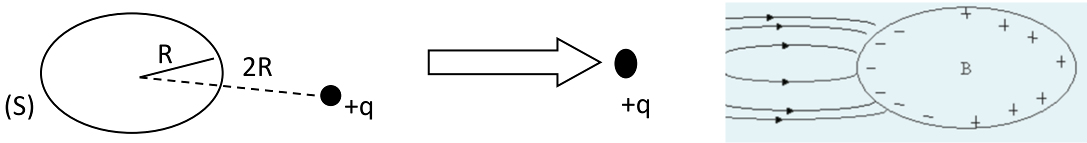
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2023/2024
Durée : 01 h 30min
1ère Année LMD-MI

Corrigé de l'épreuve finale d'électricité

Question de cours: (6pts)

1. Une sphère métallique (S) de rayon R, initialement isolée (ΔQ=0). (1.5pts)



- Lorsqu'on approche (S) à une charge +q, cette charge positive attire les charges négatives de la sphère S et repousse les charges positives.

Le potentiel total sera :

$$V' = V_i + V_f = K\frac{Q}{R} + K\frac{+q}{2R} \text{ (0.5pts)}$$

- Lorsqu'on annule le potentiel (mise à terre V=0), les charges positives (+) de S vont neutralisées (elles s'écoulent vers la terre) et la sphère se charge négativement (0.5pts).

d'où :V'=0(0.25pts)

$$\Rightarrow V' = V_i + V_f = K\frac{Q}{R} + K\frac{+q}{2R} = 0$$

$$\Rightarrow Q = -\frac{q}{2} \text{ (0.25pts)}$$

2. Définition d'un condensateur Plan : C'est un ensemble de deux plans chargés en surface en influence totale. (0.5pts)

La capacité d'un condensateur Plan :

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{Q}}{(\mathbf{V_1 - V_2})} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{U}} \text{ (0.5pts)}$$

Le champ crée par un plan est donné par cette formule $= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

- <u>le champ crée par deux plans</u>:

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = +\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(+\vec{k}) + \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}(-\vec{k}) \text{ (0.25pts)}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k} \text{ Théorème de coulomb (0.25pts)}$$

- Calcul de la différence du potentiel :

$$\begin{cases} \vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \\ E = E(z) \end{cases} \text{(0.5pts)}$$

$$E = -\frac{dV}{dz} \Longrightarrow dV = -Edz \text{ (0.25pts)}$$

$$V_1 - V_2 = \int Edz = \int_0^e \frac{\sigma}{\varepsilon_0}dz = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(z_2 - z_1) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}e\text{=U (0.25pts)}$$

- <u>La capacité d'un condensateur sphérique</u> :

$$\mathrm{C} = \frac{\mathrm{Q}}{(\mathrm{V_1 - V_2})} = \frac{\sigma.\mathrm{S}}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}e} \text{ donc } \mathbf{C} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon_0 S}}{\boldsymbol{e}} \text{ (0.5pts)}$$

3. La densité de courant notée $\vec{j}$ représente la quantité de charge qui traverse l'unité de surface par unité de temps (0.5pts). $\vec{j} = \sigma\vec{E}$. (0.5pts)

4. La forme du champ électrique élémentaire $d\vec{E}$ dans le cas d'une distribution de charge linéaire est :

$$d\vec{E} = \frac{kdq}{r^2}\vec{u} = k\frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u} \text{ (0.5pts)}$$

<u>Exercice 1: (07 pts)</u>

1- La capacité équivalente

$C_{23} = C_2 + C_3 = 10 + 4 = 14\ \mu F$ (0.5pts)

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{10}{14} \Rightarrow C_{eq} = 1{,}4\mu F$ (0.5pts)

2-Les charges portées par les condensateurs

Dans un branchement en série :

$Q_{eq} = Q_{C1} = Q_{C23} = Q_{C4}$ (0.5pts) **avec Q_{eq} = Ceq E et $E = U_{C1} + U_{C23} + U_{C4}$** (0.5pts)

$Q_{eq} = C_{eq}E \Rightarrow Q_{eq} = 1{,}4x12 = 16{,}8\mu C$ (0.5pts)

$Q_{eq} = Q_{C_1} = Q_{C_4} = Q_{C_{23}} = 16{,}8\mu C$ (0.5pts)

et $\boldsymbol{U_{23}} = \boldsymbol{U_2} = \boldsymbol{U_3}$ (0.5pts) $\Rightarrow \frac{Q_{C_{23}}}{C_{23}} = \frac{Q_{C_2}}{C_2} = \frac{Q_{C_3}}{C_3}$

$\Rightarrow Q_{C_2} = \frac{Q_{C_{23}} x\ C_2}{C_{23}} = \frac{16{,}8x4}{14} = 4.8\mu C$ (0.5pts) et $Q_{C_3} = \frac{Q_{C_{23}} x\ C_3}{C_{23}} = \frac{16{,}8x10}{14} = 12\mu C$ (0.5pts)

3- Les ddp des condensateurs

$U_1 = \frac{Q_{C_1}}{C_1} = \frac{16{,}8}{2} = 8{,}4Volt$ (0.5pts) et $U_4 = \frac{Q_{C_4}}{C_4} = \frac{16{,}8}{7} = 2{,}4Volt$ (0.5pts)

et $U_3 = U_2 = 12 - 8{,}4 - 2{,}4 = 1{,}2Volt$ (0.5pts)

4. L'énergie portée par C_1 est:

$$E_p = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}.QU \text{ (0.5pts) donc } E_p = 18\ 10^{-9}\ J \text{ (0.5pts)}$$

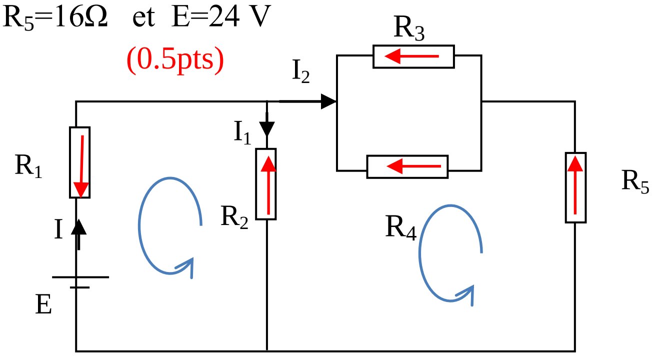
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2023/2024
Durée : 01 h 30min
1ère Année LMD-MI

Exercice 2: (07 pts)

1- L'intensité du courant I en utilisant les lois de Kirchoff :

avec : R_1=2Ω, R_2=20Ω, R_3=12Ω, R_4=6Ω, R_5=16Ω et E=24 V
loi des nœuds : $I=I_1+I_2$ (0.5pts) (0.5pts)



Loi des mailles:

$E-R_1I-R_2I_1=0$ (0.5pts)

$R_2I_1-R_{34}I_2-R_5I_2=0$ (0.5pts)

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \Rightarrow R_{34} = 4\Omega \text{ (0.5pts)}$$

$$\begin{cases} 24 - 2(I_1 + I_2) - 20\, I_1 = 0 \\ 20I_1 - 16I_2 - 4I_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12 - 2I_2 - 22I_1 = 0 \\ 20I_1 - 20I_2 = 0 \end{cases}$$

$I_2=I_1$ donc $24-24I_2=0$ alors $I_2=I_1=1$ A (0.5pts) et I=2A (0.5pts)

2- Le courant I en utilisant la résistance équivalente :

R_{345}=16+4=20 Ω(0.25pts) ,

$$\frac{1}{R_{2345}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{345}} \text{ (0.25pts) } = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{20} \Rightarrow R_{2345} = 10\ \Omega \text{ (0.25pts)}$$

$R_{eq}=R_1+R_{2345}$(0.25pts)=2+10=12 Ω avec $E-R_{eq}I_1=0$ (0.5pts)

donc $I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{24}{12} = 2A$ (0.5pts)

3- Les courants circulants dans les résistances R_3 et R_4 :

$U_{34}=R_{34}I_2=4x1=4V$ (0.25pts) avec $U_{34} = U_3 = U_4 \Rightarrow U_{34} = R_3 I_2' = R_4 I_2''$ (0.25pts)

donc $I_2' = \frac{U_{34}}{R_3} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}A$ (0.25pts) et $I_2'' = \frac{U_{34}}{R_4} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}A$ (0.25pts)

4- On a P_T = U*I=Req. I^2= 12*4= 48 W (0.5pts)

D'autre part: P = EI = 24V x 2A = 48W (0.5pts)

Conclusion: P_T = P (0.5pts)

University of Tlemcen
Faculty of Sciences
1st Year LMD-M and MI

Academic Year 2023/2024
Saturday 25/05/2024
Duration : 01 h 30mn

Final Exam of Electricity

(Calculatrice autorisée)

Course questions: (6pts)

1- A metal sphere (**S**) of radius **R** and very thin thickness is initially isolated. A point charge +q is approached to a distance **(2R)** from the center of sphere **S**. A new state of equilibrium is established. Show that the sphere becomes negatively charged when (**S**) is connected to earth. Calculate this charge.

2- Consider a capacitor formed by two parallel planes (armatures) with the same surface area S, separated by a distance **e**. One carries a positive density charge **(+σ)**, while the other carries a negative density charge **(-σ).** Knowing that the electric field created by a plane charged on the surface by a surface density **σ**, is given by $\mathbf{E=\sigma/2\varepsilon_0}$.

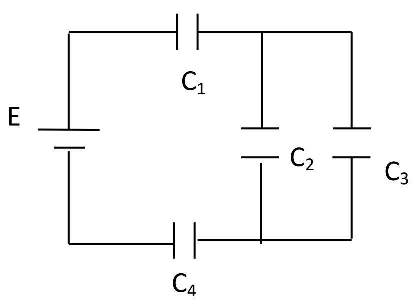
- Give the expression for the electric field between the two armatures.
- Deduce the expression for its capacitance

3- What does the current density **J** represent, and what is its relationship to the dielectric conductivity **σ** and the electric field **E**?

4- Write the form of the elementary electric field $\overrightarrow{dE}$ in the case of a linear charge distribution.

<u>Exercise 1: (06 pts)</u>

Consider the capacitor array shown in the following figure:



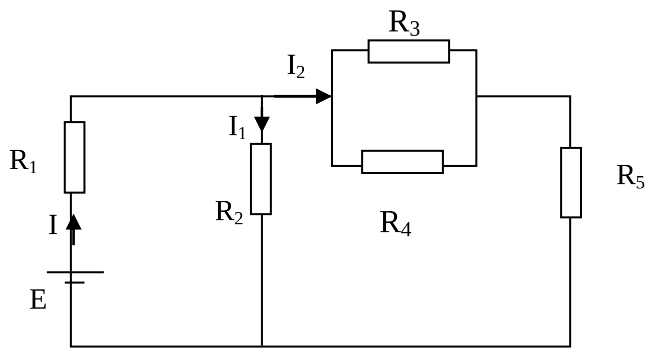
1- Determine the equivalent capacitance of the circuit.
2- Calculate the electrical charge carried by each capacitor.
3- Calculate the voltage across the armatures of each capacitor of the circuit.
4- Calculate the energy stored by capacitor C_1.

We give : C_1 =2 µF; C_2 = 4 µF; C_3=10 µF; C_4=7 µF and E =12V

<u>Exercise 2: (08 pts)</u>

Consider the following circuit.
1- Calculate the value of the current I using Kirchhoff's two laws.
2- Find the value of I, using the equivalent resistance Req of the circuit.
3- Find the currents flowing through resistors R_3 and R_4.
4- Calculate the total power P_T dissipated by equivalent circuit resistance, and calculate the power P supplied by source E. Conclude.

We give : R_1=2Ω, R_2=20Ω, R_3=12Ω, R_4=6Ω, R_5=16Ω and E=24 V



Good luck

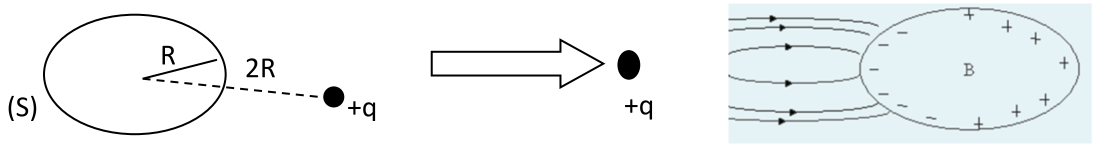
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2023/2024
Durée : 01 h 30min
1ère Année LMD-MI

Corrected final exam electricity

Course questions: (6pts)

1. A metal sphere (S) of radius R, initially insulated (ΔQ=0). (1.5pts)



- When (S) is approached with a +q charge, this positive charge attracts the negative charges of the S sphere and repels the positive charges.
  The total potential will be : $V' = V_i + V_f = K\frac{Q}{R} + K\frac{+q}{2R}$ (0.5pts)
- When the potential is cancelled (grounding V=0), the positive (+) charges of S are neutralized (they flow to ground) and the sphere becomes negatively charged. (0.5pts).

  Where :V'=0(0.25pts)
  $\Rightarrow V' = V_i + V_f = K\frac{Q}{R} + K\frac{+q}{2R} = 0$
  $$\Rightarrow Q = -\frac{q}{2} \quad \text{(0.25pts)}$$

2. Definition of a capacitor Plane: This is an assembly of two surface-charged planes under total influence. (0.5pts)

Capacitance of a Plan capacitor:

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{Q}}{(\mathbf{V_1 - V_2})} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{U}} \text{ (0.5pts)}$$

The field created by a plane is given by this formula E= $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

- The field created by two planes:
$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = +\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(+\vec{k}) + \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}(-\vec{k}) \text{ (0.25pts)}$$
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k} \text{ Coulomb Theoreme (0.25pts)}$$
- Calculating the potential difference:
$$\begin{cases} \vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \\ E = E(z) \end{cases} \text{(0.5pts)}$$
$$E = -\frac{dV}{dz} \Longrightarrow dV = -Edz \text{ (0.25pts)}$$

$$V_1 - V_2 = \int Edz = \int_0^e \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dz = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(z_2 - z_1) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} e = U \text{ (0.25pts)}$$

- The capacitance of a spherical capacitor:

$$C = \frac{Q}{(V_1 - V_2)} = \frac{\sigma . S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} e} \text{ so } \mathbf{C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}} \text{ (0.5pts)}$$

3. The current density $\vec{j}$ rerepresents the amount of charge passing through the unit area per unit time (0.5pts). $\vec{j} = \sigma\vec{E}$. (0.5pts)

4. The shape of the elementary electric field $d\vec{E}$ for a linear load distribution is :

$$d\vec{E} = \frac{kdq}{r^2}\vec{u} = k\frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u} \text{ (0.5pts)}$$

Exercise 1: (07 pts)

1- Equivalent capacity :

$C_{23} = C_2 + C_3 = 10 + 4 = 14\ \mu F$ (0.5pts)

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{10}{14} \Rightarrow C_{eq} = 1{,}4\mu F$ (0.5pts)

2- Charges carried by capacitors :

In a series connection:

$Q_{eq} = Q_{C1} = Q_{C23} = Q_{C4}$ (0.5pts) **with Q_{eq} = Ceq E et $E = U_{C1} + U_{C23} + U_{C4}$** (0.5pts)

$Q_{eq} = C_{eq}E \Rightarrow Q_{eq} = 1{,}4x12 = 16{,}8\mu C$ (0.5pts)

$Q_{eq} = Q_{C_1} = Q_{C_4} = Q_{C_{23}} = 16{,}8\mu C$ (0.5pts)

And $\boldsymbol{U_{23}} = \boldsymbol{U_2} = \boldsymbol{U_3}$ (0.5pts) $\Rightarrow \frac{Q_{C_{23}}}{C_{23}} = \frac{Q_{C_2}}{C_2} = \frac{Q_{C_3}}{C_3}$

$\Rightarrow Q_{C_2} = \frac{Q_{C_{23}} x\ C_2}{C_{23}} = \frac{16{,}8x4}{14} = 4.8\mu C$ (0.5pts) and $Q_{C_3} = \frac{Q_{C_{23}} x\ C_3}{C_{23}} = \frac{16{,}8x10}{14} = 12\mu C$ (0.5pts)

3- the ddp of capacitors

$U_1 = \frac{Q_{C_1}}{C_1} = \frac{16{,}8}{2} = 8{,}4Volt$ (0.5pts) and $U_4 = \frac{Q_{C_4}}{C_4} = \frac{16{,}8}{7} = 2{,}4Volt$ (0.5pts)

And $U_3 = U_2 = 12 - 8{,}4 - 2{,}4 = 1{,}2Volt$ (0.5pts)

4. The energy carried by C_1 is:

$$E_p = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}.QU \text{ (0.5pts) so } E_p = 18\ 10^{-9}\ J \text{ (0.5pts)}$$

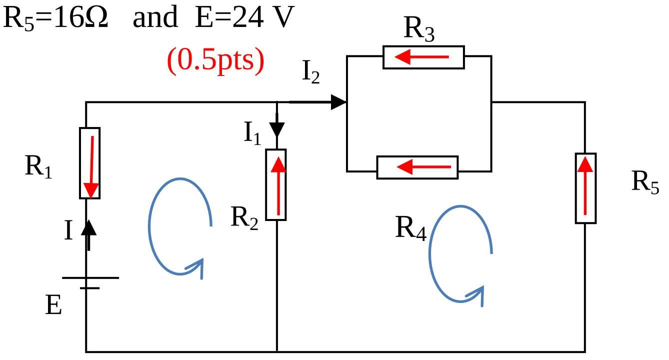
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2023/2024
Durée : 01 h 30min
1ère Année LMD-MI

Exercise 2: (07 pts)

1- Current intensity I using Kirchoff's laws :

with: $R_1=2\Omega$, $R_2=20\Omega$, $R_3=12\Omega$, $R_4=6\Omega$, $R_5=16\Omega$ and E=24 V



Nods law: $I=I_1+I_2$ (0.5pts)

Lope law:

$E-R_1I-R_2I_1=0$ (0.5pts)

$R_2I_1-R_{34}I_2-R_5I_2=0$ (0.5pts)

$$\frac{1}{R_{34}}=\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}\Rightarrow R_{34}=4\Omega \text{ (0.5pts)}$$

$$\begin{cases}24-2(I_1+I_2)-20\,I_1=0\\ 20I_1-16I_2-4I_2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}12-2I_2-22I_1=0\\ 20I_1-20I_2=0\end{cases}$$

$I_2=I_1$ so $24-24I_2=0$ then $I_2=I_1=1$ A (0.5pts) and I=2A (0.5pts)

2- The current I using the equivalent resistance:

$R_{345}=16+4=20\ \Omega$(0.25pts) ,

$\frac{1}{R_{2345}}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_{345}}$ (0.25pts) $=\frac{1}{20}+\frac{1}{20}=\frac{2}{20}\Rightarrow R_{2345}=10\ \Omega$ (0.25pts)

$R_{eq}=R_1+R_{2345}$(0.25pts)$=2+10=12\ \Omega$ with $E-R_{eq}I_1=0$ (0.5pts)

so $I_1=\frac{E}{R_{eq}}=\frac{24}{12}=2A$ (0.5pts)

3- Circulating currents in resistors R_3 and R_4 :

$U_{34}=R_{34}I_2=4x1=4V$ (0.25pts) with $U_{34}=U_3=U_4\Rightarrow U_{34}=R_3I_2'=R_4I_2''$ (0.25pts)

So $I_2'=\frac{U_{34}}{R_3}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}A$ (0.25pts) and $I_2''=\frac{U_{34}}{R_4}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}A$ (0.25pts)

4- we have $P_T = U*I=Req.\ I^2= 12*4= 48$ W (0.5pts)

In the other hand: P = EI = 24V x 2A = 48W (0.5pts)

Conclusion: $P_T = P$ (0.5pts)