TD N° 3 de Mécanique

Cinématique D'un Point Matériel

Exercice 1

Un corps se déplace sur l'axe des x selon la relation $x(t)=2t^3+5t^2+5$

a- Etablir la vitesse $v(t)$ et l'accélération $a(t)$ à chaque instant t
b- Calculer la position du corps, sa vitesse et son accélération instantanée pour $t_1=2s$ et $t_2=3s$
c- Déduire la vitesse et l'accélération moyenne du corps entre $t_1$et t_2

Exercice 2

Les coordonnées x et y d'un point mobile M dans le plan (Oxy) varient avec le temps t selon les relations suivantes : $x=t+1$ et $y=(t^2/2)+2$

Trouver :

a- L'équation de la trajectoire
b- Les composantes de la vitesse et de l'accélération et leurs modules.
c- Les accélérations: normale a_N et tangentielle a_T et en déduire le rayon de courbure
d- La nature du mouvement

Exercice 3

Une particule se déplace sur une trajectoire dont l'équation de la trajectoire est $y=x^2$ de telle sorte qu'à chaque instant $v_x=v_0=cst$. Si t=0, $x_0=0$.

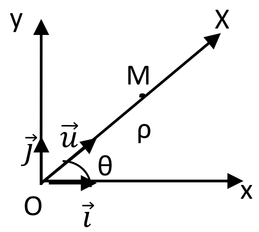
Déterminer :

a- Les coordonnées x(t) et y(t) de la particule.
b- La vitesse et l'accélération de la particule.
c- Les accélérations normale et tangentielle ainsi que le rayon de courbure.

Exercice 4

A) Un point matériel M est repéré par ses coordonnées cartésiennes (x,y).

1. Ecrire x et y en fonction des coordonnées polaires ρ et θ.
2. Donner l'expression du vecteur unitaire $\vec{u}$ en fonction des vecteurs unitaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
3. Calculer $d\vec{u}/_{d\theta}$, que représente ce vecteur ?



B) Si la position du point M est donnée par $\begin{cases} \overrightarrow{OM} = t^2\vec{u} \\ \theta = \omega t \end{cases}$ (ω constante)

Trouver l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ en coordonnées polaires.

Exercice 5

Un point matériel M est repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z).

1. Ecrire la relation entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées cylindriques (à l'aide d'un schéma).
2. Ecrire le vecteur position en coordonnées cylindriques et déduire le vecteur vitesse dans le même système de coordonnées.
3. Si la position du point est repérée en coordonnées cylindriques par $\begin{cases} \rho = 4t^2 \\ \theta = \omega t \\ z = \sqrt{t} \end{cases}$

Retrouver l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ en coordonnées cylindriques.

Exercice 6

Le mouvement d'un corps est définit par les composants de la vitesse suivantes :

$$\begin{cases} v_x = R\omega\cos(\omega t) \\ v_y = R\omega\sin(\omega t) \end{cases}$$

Sachant que ω est constante et à t=0, le mobile se trouve au point M (0, R), Déterminer :

1. Les composantes du vecteur accélération et son module.
2. Les composantes tangentielle et normale de l'accélération et déduire le rayon de courbure.
3. Les composantes du vecteur position et déduire l'équation de la trajectoire.
4. Quelle est la nature du mouvement?

Exercice 7

Un point matériel M se déplace sur l'axe OX avec une accélération $\vec{a} = a\,\vec{\imath}$; avec a > 0.

1-Déterminer le vecteur vitesse sachant que v (t=0)= v_0 .

2-Déterminer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ sachant que x(t=0)=x_0.

3-Montrer que $v^2 - v^2 = 2a(x - x_0)$

4-quelle est la condition que doit vérifier $\vec{a}.\vec{v}$ pour que le mouvement soit uniformément accéléré? Ou retardé ?

Exercice 8

La différentielle du vecteur $\vec{r}$, $d\vec{r} = d\vec{l} = dx\vec{\imath} + dy\vec{\jmath} + dz\vec{k}$ peut se mettre en coordonnées cylindriques sous la forme $d\vec{r} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial\rho}\, d\rho + \frac{\partial\vec{r}}{\partial\theta}\, d\theta + \frac{\partial\vec{r}}{\partial z}\, dz.$

1. Evaluer en utilisant les formules de passage entre les deux systèmes de coordonnées, les vecteurs $\frac{\partial\vec{r}}{\partial\rho}$, $\frac{\partial\vec{r}}{\partial\theta}$ et $\frac{\partial\vec{r}}{\partial z}$.
2. En déduire les vecteurs unitaires $\overrightarrow{U_\rho}$, $\overrightarrow{U_\theta}$ et $\overrightarrow{U_z}$ (coordonnées cylindriques) en fonction de $\vec{\imath},\ \vec{\jmath}\ et\ \vec{k}$ (coordonnées cartésiennes), vérifier qu'ils sont orthogonaux.
3. Ecrire $\vec{A} = 2x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} - 2z\vec{k}$ en coordonnées cylindriques.