



## TD N°2 de la mécanique

### Analyse vectorielle

#### Exercice 1

$\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  étant les vecteurs unitaires des axes rectangulaire Oxyz, on considère les vecteurs

$$\vec{r}_1 = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k} \quad \vec{r}_2 = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{r}_3 = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$$

1. Représenter graphiquement ces 3 vecteurs.
2. Calculer leurs modules.
3. Calculer les produits  $\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2$  et  $\vec{r}_1 \wedge \vec{r}_2$ .

#### Exercice 2

On donne les trois vecteurs  $\vec{V}_1(1, 1, 0)$ ,  $\vec{V}_2(0, 1, 0)$  et  $\vec{V}_3(0, 0, 2)$ .

1. Calculer les normes  $\|\vec{V}_1\|$ ,  $\|\vec{V}_2\|$  et  $\|\vec{V}_3\|$ , en déduire les vecteurs unitaires  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  et  $\vec{v}_3$  des directions respectivement de  $\vec{V}_1$ ,  $\vec{V}_2$  et de  $\vec{V}_3$ .
2. Calculer  $\cos(\widehat{\vec{v}_1, \vec{v}_2})$ , sachant que l'angle correspondant est compris entre 0 et  $\pi$ .
3. Calculer le produit mixte  $\vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \wedge \vec{v}_3)$ . Que représente ce produit ?

#### Exercice 3

On considère dans l'espace rapporté au repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  les points A(2, 0, 0), B(2, -2, 0) et C(2, 3, -1).

1. Calculer le produit vectoriel  $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$
2. Calculer l'aire du triangle OAB.
3. Calculer le produit mixte  $(\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC})$ , En déduire le volume du parallélépipède construit sur les vecteurs

#### Exercice 4

Soit un vecteur  $\vec{U} = (t\vec{i} + 3\vec{j}) / (\sqrt{t^2 + 9})$

1. Montrer que  $\vec{U}$  est un vecteur unitaire ?
2. Calculer sa dérivée par rapport au temps ?

#### Exercice supplémentaire

Soient trois vecteurs  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{C}$ , tels que ;  $\vec{A} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{B} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{C} = x\vec{i} + 1\vec{j} + z\vec{k}$

1- Calculer x et z pour que le vecteur  $\vec{C}$  soit :

a- Parallèle à  $\vec{A}$       b- Parallèle à  $\vec{B}$

2- si  $\vec{C} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ . Calculer x, y et z pour que le vecteur  $\vec{C}$  soit perpendiculaire à  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$  en même temps.