Université De Tlemcen
Faculté Des Sciences

Année Universitaire 2023/2024

Département De Mathématiques

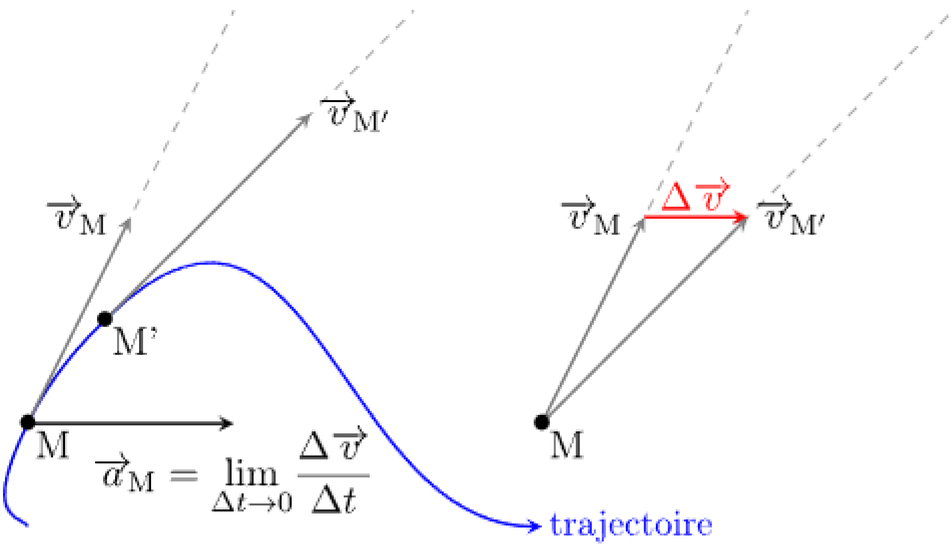
1ERE ANNEE LMD-M ET MI

COURS DE MECANIQUE

DU POINT MATERIELC

Chapitre III : Cinématique du point matériel

Préparé par : Mme Hadjou Belaid Zakia et Mme Nadia Bachir



Sommaire

1. Introduction

La théorie de la Relativité Générale inventée par A. Einstein en 1915 est une théorie relativiste de la gravitation. Cette théorie remet en cause l'idée d'un espace euclidien inerte et indépendant de son contenu matériel. La cinématique étudie le mouvement du point matériel indépendamment des causes qui lui donnent naissance. Elle repose sur une description euclidienne de l'espace et d'un temps absolu. Le point matériel est tout corps matériel dont les dimensions sont théoriquement nulles et pratiquement négligeables par rapport à la distance parcourue. L'état de mouvement ou de repos d'un corps sont deux notions essentiellement relatives : par exemple une montagne est au repos par rapport à la terre mais en mouvement par rapport à un observateur qui regarde la terre de loin et pour lequel le globe terrestre (avec tout ce qu'il renferme) est en perpétuel mouvement. Dans ce cours, on illustre les notions de vitesse et d'accélération en se limitant aux mouvements dans le plan.

2. Système de références

La notion de mouvement est relative. Un corps peut être à la fois en mouvement par rapport à un objet et au repos par rapport à un autre (mouvement relatif), d'où la nécessité du choix du référentiel. Un référentiel est un système d'axes de coordonnées lié à un observateur.

Cette étude du mouvement s'effectue selon les deux formes :

- **Vectorielle :** en utilisant les vecteurs : position $\overrightarrow{OM}$, vitesse $\vec{v}$ et l'accélération $\vec{a}$.
- **Algébrique** : en définissant l'équation du mouvement suivant une trajectoire donnée.

3. Caractéristiques d'un mouvement

3.1. Vecteur position et l'équation horaire

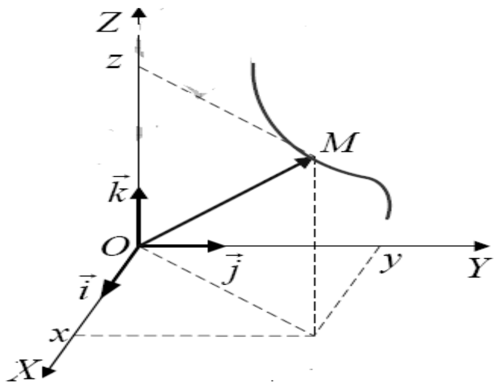
On définit la position d'un point matériel M dans un référentiel par le vecteur position $\overrightarrow{OM}$.

Où O est un point fixe, c'est l'origine du référentiel. Les composantes du point M ou du vecteur $\overrightarrow{OM}$ sont donnés dans la base du système de coordonnées choisit (coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires…)

Le point M se déplace dans le temps, ce mouvement est donnée par une équation appelée *équation horaire*(معادلة زمنية) .

3.2. La trajectoire المسار

La trajectoire est les lieux géométriques des positions successives occupées par le point matériel au cours du temps et par rapport au système de référentiel considéré.



Exemple :

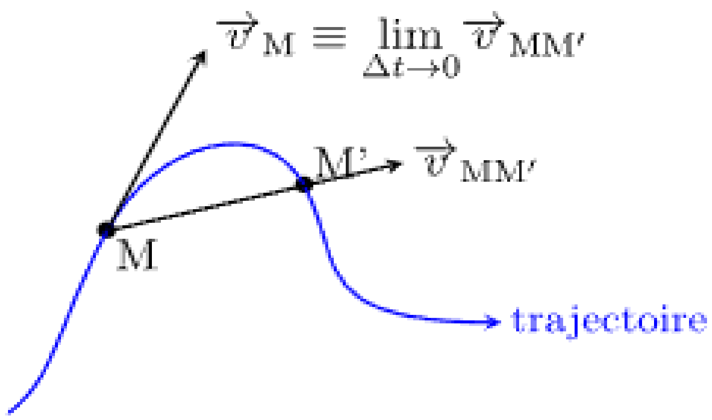
La position d'un point matériel *M* repéré par ses coordonnées (x,y,z) au temps *t* dans un repère R($O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}$) par un vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} = (t-1)\vec{\imath} + \frac{t^2}{2}\vec{\jmath}$$

$\overrightarrow{OM} = (t-1)\vec{\imath} + \frac{t^2}{2}\vec{\jmath} \Rightarrow \begin{cases} x = t-1 \\ y = \frac{t^2}{2} \end{cases}$ donc *t=x+1* $\Rightarrow \boldsymbol{y} = \frac{(\boldsymbol{x}+\mathbf{1})^2}{\mathbf{2}}$ c'est l'équation de la trajectoire du point matériel.

3.3. Vecteur vitesse شعاع السرعة

On considère un mobile qui se trouve à l'instant t à la position M(t) et il évolue au point M'(t+Δt) à l'instant t+Δt



- On appelle **vitesse moyenne** entre les deux instants t et t+Δt,

$$\overrightarrow{v_{moy}} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{(t+\Delta t)-t} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} \qquad \longrightarrow \quad (\Delta t \qquad 0)$$

- Si le temps Δt est très petit $\Delta t \to 0$, on parle alors de la **vitesse instantanée**.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \overrightarrow{v_{moy}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}$$

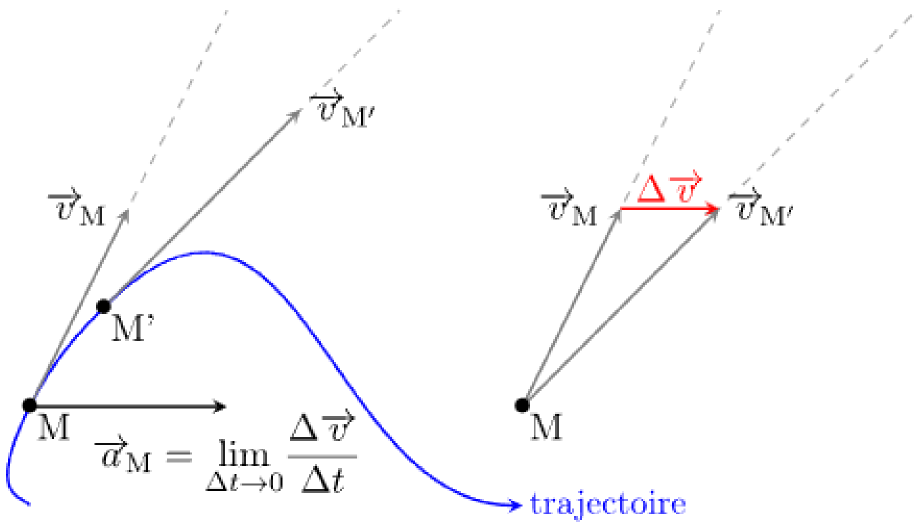
$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM} = \Delta\overrightarrow{OM}$$

Donc

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} \Rightarrow \boldsymbol{\vec{v}} = \frac{\boldsymbol{d\overrightarrow{OM}}}{\boldsymbol{dt}}$$

3.4. Vecteur accélération شعاع التسارع

Lorsque la vitesse varie dans le temps *v=f(t)*, le point M est soumis à une accélération.



- L'accélération moyenne s'écrit :

$$\overrightarrow{a_{moy}} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{(t+\Delta t)-t} = \frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$$

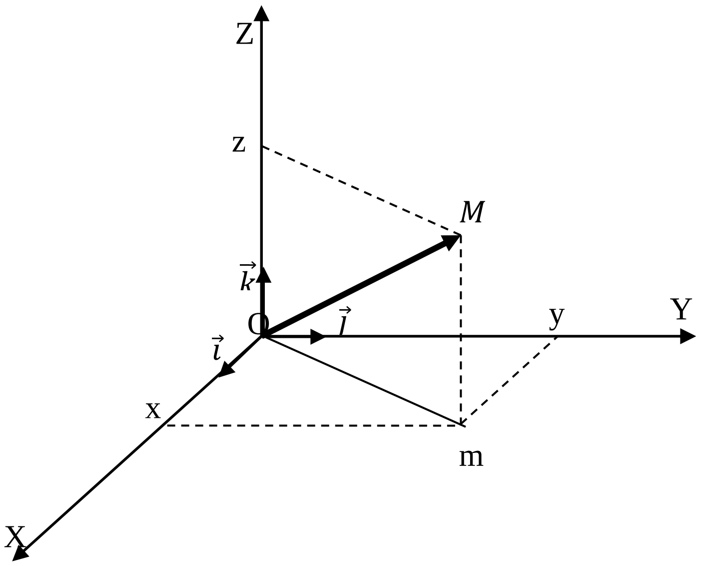
- Lorsque le temps est très petit $\Delta t \to 0$ l'accélération instantanée s'écrit alors

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} \Rightarrow \boldsymbol{\vec{a}} = \frac{\boldsymbol{d\vec{v}(t)}}{\boldsymbol{dt}} = \frac{\boldsymbol{d^2\overrightarrow{OM}}}{\boldsymbol{dt^2}}$$

4. Expression de la vitesse et de l'accélération dans les différents systèmes de coordonnées

4.1. Coordonnées cartésiennesالاحداثيات الكارتيزية

Soit le point M dans l'espace, il est repéré par ses coordonnées (x,y,z) dans le repère orthonormé (Oxyz) de vecteurs unitaires $\vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}$.



- **Le vecteur position** : Il s'écrit alors par :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

- **Le vecteur vitesse** : dans ce cas s'écrit :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \quad \Rightarrow \begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} \end{cases}$$

Le module de la vitesse s'écrit

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

- **Le vecteur accélération** : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$

Le module de l'accélération s'écrit

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

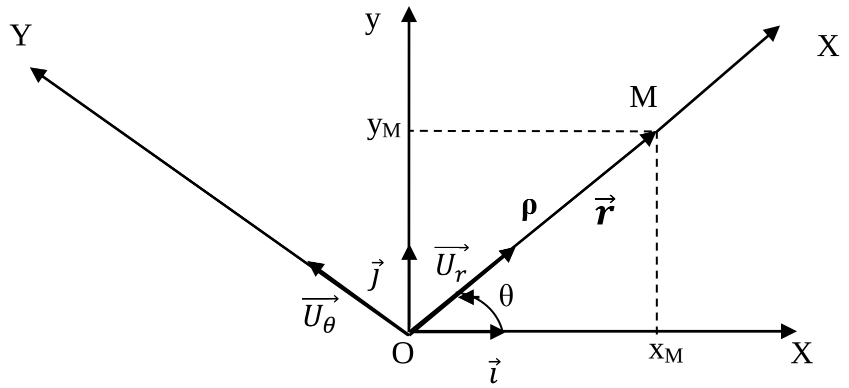
4.2. Coordonnées polaires الاحداثيات القطبية

Quand le mouvement et plan, là aussi, on peut repérer la position du point M par ses coordonnées polaires (ρ, θ).

ρ : le rayon polaire ($0 \leq \rho \leq R$)

θ : angle polaire ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)

Soit le point M en mouvement dans l'espace, il est repéré par ses coordonnées polaires (ρ,θ) dans le repère orthonormé (OXY) de vecteurs unitaires $\vec{u_r}$, $\vec{u_\theta}$.



- **Le vecteur position** :

Il s'écrit alors : $\overrightarrow{OM} = \rho \vec{U}_r$

- **Le vecteur vitesse :**

Dans ce cas il s'écrit par : $\vec{\boldsymbol{v}} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\rho}{dt}\vec{U}_r + \rho\,\frac{d\vec{U}_r}{dt}$

On a : $\frac{d\vec{U}_r}{dt} = \frac{d\vec{U}_r}{dt}\,\frac{d\theta}{d\theta} = \frac{d\vec{U}_r}{d\theta}\,\frac{d\theta}{dt}$

Avec $\frac{d\vec{U}_r}{d\theta} = \vec{U}_\theta$ donc $\frac{d\vec{U}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta$ donc $\vec{\boldsymbol{v}} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\rho}{dt}\vec{U}_r + \rho\,\frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta$

$\Rightarrow \vec{\boldsymbol{v}} = \rho^{\cdot}\vec{U}_r + \rho\,\theta^{\cdot}\vec{U}_\theta$ Avec $\rho^{\cdot} = \frac{d\rho}{dt}$ $et\ \theta^{\cdot} = \frac{d\theta}{dt}$

Remarque : La dérivée d'un vecteur unitaire par rapport à un angle est un vecteur unitaire perpendiculaire à ce dernier dans le sens positif.

- **Le vecteur accélération** :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2\rho}{dt^2}\vec{U}_r + \frac{d\rho}{dt}\frac{d\vec{U}_r}{dt} + \frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta + \rho\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{U}_\theta + \rho\frac{d\theta}{dt}\frac{d\vec{U}_\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{d^2\rho}{dt^2}\vec{U}_r + \frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta + \frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta + \rho\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{U}_\theta - \rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\vec{U}_r$$

Avec $\frac{d\vec{U}_r}{d\theta} = \vec{U}_\theta$ et $\frac{d\vec{U}_\theta}{d\theta} = -\vec{U}_r$

Donc $\vec{a} = \rho^{\cdot\cdot}\vec{U}_r + 2\rho^{\cdot}\ \theta^{\cdot}\vec{U}_\theta + \rho\,\theta^{\cdot\cdot}\vec{U}_\theta - \rho\,(\theta^{\cdot})^2\vec{U}_r$

4.3. Coordonnées Cylindriques الاحداثيات الاسطوانية

Si la trajectoire spatial, où ρ et z jouent un rôle particulier dans la détermination du vecteur position $\overrightarrow{OM}$, il est préférable de faire appel aux coordonnées cylindriques (ρ,θ,z).

Avec :

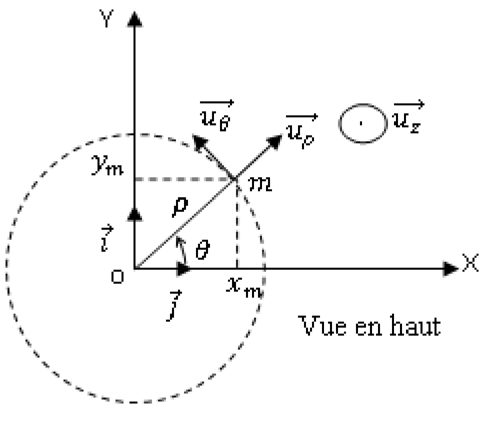
ρ : le rayon polaire

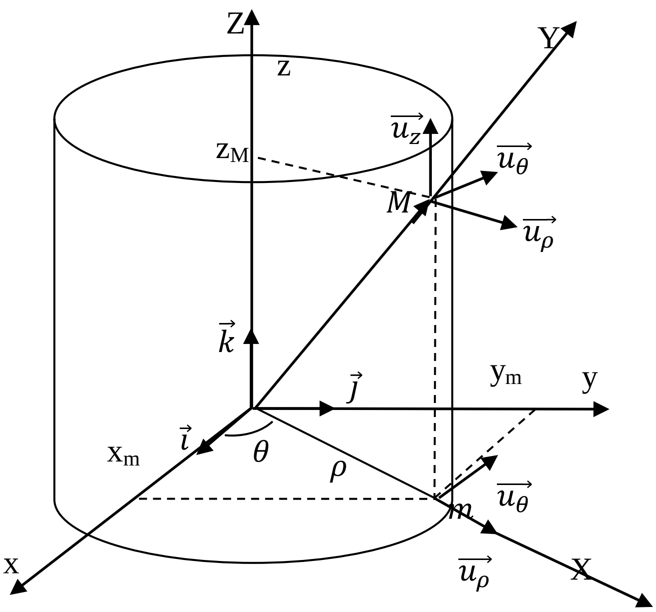
θ : angle polaire

z : altitude ou la hauteur

$$\text{et}\begin{cases} \rho = \left|\overrightarrow{Om}\right|,\ 0 < \rho < R \\ \theta = \left((ox), \overrightarrow{Om}\right), 0 < \theta < 2\pi \\ z = z_M,\ 0 < z < H \end{cases}$$

Où m est la projection du point M sur le plan (Oxy), et R est le rayon du cylindre et H la hauteur du cylindre





Soit le point M en mouvement dans l'espace, il est repéré par ses coordonnées cylindriques (ρ,θ,z) dans le repère orthonormé (OXYZ) de vecteurs unitaires $\overrightarrow{u_\rho}$, $\overrightarrow{u_\theta}$, $\overrightarrow{u_z}$.

- **Le vecteur position:**

$\overrightarrow{OM} = \rho\vec{U}_\rho + z\overrightarrow{U_z}$

La vitesse dans ce cas s'écrit :

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\rho}{dt}\vec{U}_r + \rho\,\frac{d\vec{U}_r}{dt} + \frac{dz}{dt}\vec{U}_z + z\,\frac{d\vec{U}_z}{dt}$$

$$\frac{d\vec{U}_r}{dt} = \frac{d\vec{U}_r}{dt}\frac{d\theta}{d\theta} = \frac{d\vec{U}_r}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}$$

Avec $\frac{d\vec{U}_r}{d\theta} = \vec{U}_\theta$ donc $\frac{d\vec{U}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta$ et $\frac{d\vec{U}_z}{dt} = \vec{O}$

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\rho}{dt}\vec{U}_r + \rho\,\frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta + \frac{dz}{dt}\vec{U}_z$$

$$\Rightarrow \vec{\boldsymbol{v}} = \rho^{\cdot}\vec{U}_r + \rho\,\theta^{\cdot}\vec{U}_\theta + z^{\cdot}\overrightarrow{U_z}$$

Avec $\rho^{\cdot} = \frac{d\rho}{dt}$, $\theta^{\cdot} = \frac{d\theta}{dt}$ et $z^{\cdot} = \frac{dz}{dt}$

- **Le vecteur accélération :**

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2\rho}{dt^2}\vec{U}_r + \frac{d\rho}{dt}\,\frac{d\vec{U}_r}{dt} + \frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta + \rho\,\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{U}_\theta + \rho\,\frac{d\theta}{dt}\frac{d\vec{U}_\theta}{dt} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{U}_z + \frac{dz}{dt}\frac{d\vec{U}_z}{dt}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{d^2\rho}{dt^2}\vec{U}_r + \frac{d\rho}{dt}\,\frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta + \frac{d\rho}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{U}_\theta + \rho\,\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{U}_\theta - \rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\vec{U}_r + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{U}_z$$

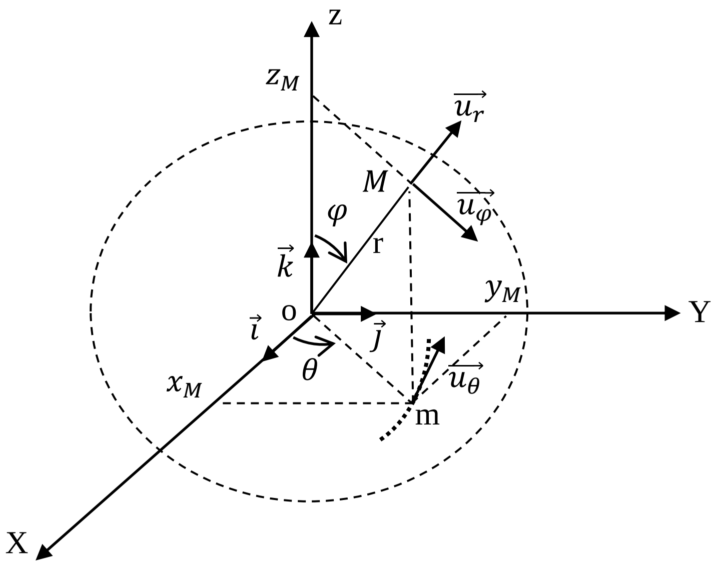
Avec $\frac{d\vec{U}_r}{d\theta} = \vec{U}_\theta$, $\frac{d\vec{U}_\theta}{d\theta} = -\vec{U}_r$ et $\frac{d\vec{U}_z}{dt} = \vec{O}$

$$\text{Donc } \vec{a} = \rho^{\cdot\cdot}\vec{U}_r + 2\rho^{\cdot}\,\theta^{\cdot}\vec{U}_\theta + \rho\,\theta^{\cdot\cdot}\vec{U}_\theta - \rho\,(\theta^{\cdot})^2\vec{U}_r + z^{\cdot\cdot}\overrightarrow{U_z}$$

4.4. Coordonnées sphériques الاحداثيات الكروية

Quand le point O et la distance r séparant M et O, jouent un role caractéristique, l'utilisation des coordonnées sphériques (r, θ, φ) sont les mieux adaptées dans la base orthonormé ($\overrightarrow{u_r}$, $\overrightarrow{u_\theta}$, $\overrightarrow{u_\varphi}$) avec :

$$\begin{cases} r = |\overrightarrow{OM}|, \;\; 0 < \; r < R \\ \theta = \left((ox), \overrightarrow{Om}\right) \;\; 0 < \; \theta < 2\pi \\ \varphi = \left((oz), \overrightarrow{OM}\right) \;\;\; 0 < \; \varphi < \pi \end{cases}$$



- **Le vecteur position :**

Le vecteur position s'écrit en coordonnées sphériques (r, θ, φ) par :

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{U_r}$$

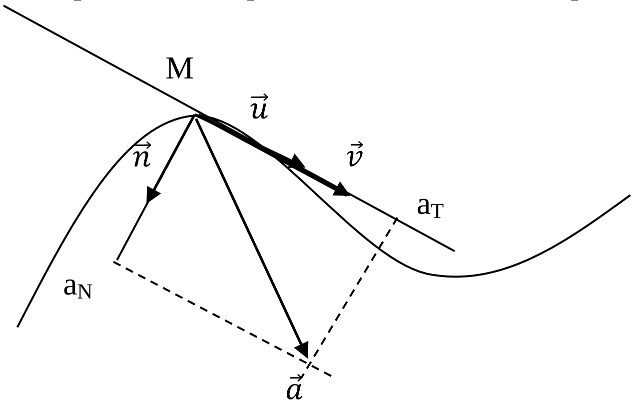
- **Le vectuer vitesse**

Le vecteur vitesse s'écrit en coordoonnées sphériques par :

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{r}\overrightarrow{U_r} + r\frac{d\overrightarrow{U_r}}{dt}$$

4.5. Coordonnées intrinsèques (repère de Fresnet)احداثيات الحركة تامنحنية

On avait l'habitude de travailler dans un repère fixe mais dans ce cas, on étudie le mouvement dans un repère mobile qui se déplace avec le point mobile « M », ce repère est le repère de Fresnet.



On étudie le mouvement dans le repère de Fresnet :

Le repère de Fresnet est un repère à deux dimensions.

- $\vec{u}$ est le vecteur unitaire suivant la tangente à la trajectoire.
- $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la trajectoire et perpendiculaire à $\vec{u}$ et dirigé vers le centre de la courbure.
- La position ne change pas (le repère se déplace avec le point M).
- Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, il s'écrit : $\boldsymbol{\vec{v} = |\vec{v}|\vec{u}}$
- Le vecteur accélération :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d|\vec{v}|\vec{u}}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}\vec{u} + |\vec{v}|\frac{d\vec{u}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{u}}{d\theta}.\frac{d\theta}{dt} = \vec{n}.\omega \quad ; \qquad avec\ \vec{n} = \frac{d\vec{u}}{d\theta}\ et\ \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Le vecteur accélération s'écrit par : $\vec{a} = a_T\vec{u} + a_N\vec{n}$

Donc : $\vec{a} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}\vec{u} + |\vec{v}|.\vec{n}\,.\,\omega$

(Le périmètre d'un cercle (محيط دائرة) $l = 2\pi R$, pour la longueur d'un segment (طول قوس)

$x = \theta R$; en passantde la vitesse angulaire à la vitesse linéaire par $\frac{dx}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = R\omega$)

D'où :

$\omega = \frac{v}{R}$ avec R le rayon de la courbure de la trajectoire.

Donc $\vec{a} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}\vec{u} + \frac{v^2}{R}\vec{n}$

Les accélérations normale (التسارع الناظمي) et tangentielle (التسارع المماس) s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} a_T = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt} \\ a_N = \dfrac{v^2}{R} \end{cases}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_N^2 + a_T^2}$$

$R \to \infty$ donc la trajectoire est une droite

R est constante, donc la trajectoire est circulaire

5. Etude de quelques mouvements

5.1. Mouvement rectiligne حركة مستقيمة

On a un mouvement rectiligne si la trajectoire est une droite.

On choisit un point O comme origine sur la trajectoire et un vecteur unitaire $\vec{\imath}$. La position du mobile M, en fonction du temps, est repérée par son abscisse : $x(t) = \overline{OM(t)}$.

Le vecteur position sera : $\overrightarrow{r(t)} = \overrightarrow{OM(t)} = x(t)\vec{\imath}$

5.1.1 Mouvement rectiligne uniforme حركة مستقيمة منتظمة MRU

On a un mouvement rectiligne uniforme si la trajectoire est une droite et le vecteur vitesse est constant. C'est un mouvement avec une accélération nulle $\overrightarrow{a(t)} = \vec{0}$.

Les conditions initiales à t=0 ; $x=x_0$

La vitesse

$$a = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} 0.dt = [cte]$$

Donc $\boldsymbol{v=v_0=cte}$

La position

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_{0}^{t} v_0 d\,t = [v_0 t]_0^t = v_0 t$$

Donc $\boldsymbol{x=v_0\,t+x_0}$ ***c'est l'équation horaire du MRU***

5.1.2. Mouvement rectiligne uniformément varié حركة مستقيمة متغيرة بانتظام MRUV

On a un mouvement rectiligne uniformément varié si la trajectoire est une droite et l'accélération est constante.

Les conditions initiales à t=0 ; $v=v_0$ et $x=x_0$

La vitesse

$$a = \frac{dv}{dt} = a_0 \Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} a_0 d\,t = [a_0 t]_0^t$$

Donc $\boldsymbol{v=a_0t+v_0}$

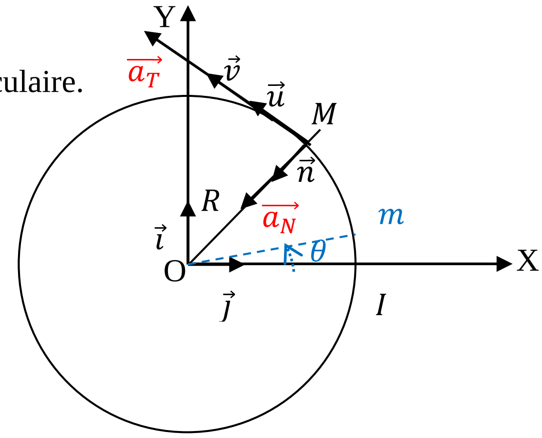
La position

$$v = \frac{dx}{dt} = a_0 t + v_0 \quad \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_{0}^{t} (a_0 t + v_0) d\,t = \left[\frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t\right]_0^t$$

Donc $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}a_0t^2 + v_0t + x_0}$ ***c'est l'équation horaire du MRUV***

5.2. Mouvement circulaire حركة دائرية

On a un mouvement circulaire si la trajectoire est circulaire.



La position

Le point mobile se déplace du point I au point M, donc la trajectoire est un arc $\widehat{IM}$.

En considérant un déplacement élémentaire du point mobile du point I au point m, on aurait un déplacement sous forme d'un arc élémentaire Im.

Dans le triangle droit OIm, $\widehat{Im}$=R sinθ. Si θ est tellement petite alors $sin\ \theta \approx \theta$

donc $\boldsymbol{\widehat{Im}=R\theta}$

La vitesse

$$v = \frac{d\widehat{Im}}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$$

R est constant, la vitesse est suivant la trajectoire, donc elle s'écrit $\vec{v} = v\vec{u}$ donc le vecteur $\vec{u}$ serait suivant la tangente.

$\boldsymbol{\frac{d\theta}{dt} = \theta^{\cdot} = \omega}$ ***est la vitesse angulaire*** **السرعة الزاوية**

$$v = R\frac{d\theta}{dt} = R\boldsymbol{\theta}^{\cdot} = \boldsymbol{R\omega}$$

Remarque : La relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire est : $\mathbf{v = R\omega}$

L'accélération

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{u} + v\ \frac{d\vec{u}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{u}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}\ \ avec\ \frac{d\vec{u}}{d\theta} = \vec{n}$$

(avec $(\vec{u}, \vec{n})$ les vecteurs unitaires dans le repère de Fresnet et $\frac{d\theta}{dt} = \omega$)

5.2.1. Mouvement circulaire uniforme **حركة دائرية منتظمة**

Dans ce cas la vitesse angulaire ω est constante et donc la vitesse linéaire v est aussi constante, alors $a_T = 0$.

L'accélération dans ce cas est $\vec{a} = \overrightarrow{a_N} = \frac{v^2}{R}\,\vec{n}$

5.2.2. Mouvement circulaire uniformément variable **حركة دائرية متغيرة بانتظام**

Dans ce cas la vitesse angulaire ω n'est pas constante et donc la vitesse v n'est pas constante aussi, alors $\vec{a} = a_T\vec{u} + a_N\vec{n}$.

L'accélération dans ce cas est $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u} + \frac{v^2}{R}\,\vec{n} = R\,\frac{d\omega}{dt}\vec{u} + R\omega^2\,\vec{n}$

5.3. Mouvement sinusoïdal ou harmonique حركة جيبية

Le mouvement est dit sinusoïdal ou harmonique si son évolution au cours du temps s'écrite par l'équation :

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$

A : l'amplitude, ω : la pulsation et φ: la phase.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

T : la période et f : la fréquence

La vitesse

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega\cos\,(\omega t + \varphi)$$

L'accélération

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -A\,\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\,\omega^2\,x(t)$$

Références :

1. É. Klein. *Les tactiques de Chronos*, Paris, Flammarion, 2004.
2. T. Damour *et al.* Relativité, *Encyclopædia Universalis*,1995.
3. T. Damour. La relativité générale [en ligne, consulté le 2012-03-05]. Disponible sur WWW.CANAL-U.TV