Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
1ière Année LMD-M et MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2023/2024
Dimanche 14/01/2024

Épreuve Finale De Mécanique

Question de cours : (5pts)

1- Quel est l'intérêt d'utiliser l'analyse dimensionnelle ?

2- Que peut en dire sur l'énergie mécanique totale d'un système en présence des forces de frottement ?

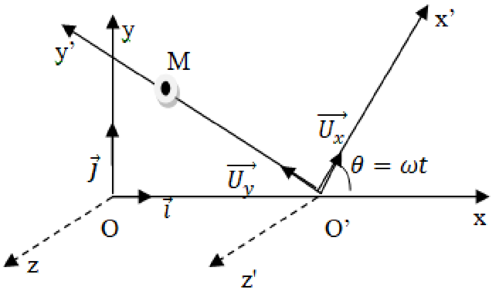
3- Quelle est la différence entre une force conservative (قوة منحفضة) et une force non conservative ? Donner un exemple pour chaque cas.

4- Calculer le travail d'une force F=1.5 10^4 N fournie pour déplacer un corps d'une hauteur (AB) de 3 mètres (verticalement).

5- Calculer le travail de la force de rappel d'un ressort de constante de raideur k ($\overrightarrow{dl} = dx.\vec{\imath}$).

Exercice 1 : (7pts)

Soit le repère fixe R(Oxyz) où le point O' se déplace **sur l'axe (Ox)** avec une **vitesse constante v_0**. On lie à O' le repère mobile (O'x'y'z') qui tourne **autour de (Oz)** avec une vitesse angulaire **ω constante**. Un point mobile M se déplace sur **l'axe (O'y')** avec une accélération **constante** γ.



A l'instant t=0, les axes (Ox) et (O'x') sont confondus et M est en O.

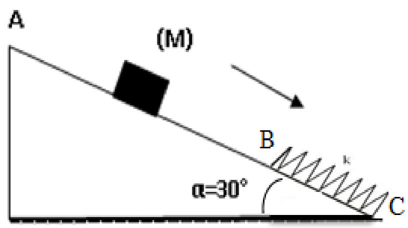
Calculer dans le repère mobile :

1- La vitesse relative $\overrightarrow{v_r}$ et la vitesse d'entrainement $\overrightarrow{v_e}$, en déduire la vitesse absolue $\overrightarrow{v_a}$.

2- L'accélération relative $\overrightarrow{a_r}$, l'accélération d'entrainement $\overrightarrow{a_e}$ et l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_c}$, en déduire l'accélération absolue $\overrightarrow{a_a}$.

Exercice 2 : (8pts)

On considère un petit bloc de masse m =2kg abandonné sans vitesse initiale au point A d'un plan incliné faisant un angle α=30° par rapport à l'horizontale. Le point A est à une hauteur h_A=5m par rapport à l'horizontale.



1- Sachant que le coefficient de frottement dynamique sur le plan AB est μ_d=0.2, en appliquant le principe fondamental de la dynamique (PFD), quelle est l'accélération du bloc sur le plan AB=8m?

2- Calculer la vitesse du bloc lorsqu'il atteint le point B.

3- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, retrouver la vitesse du bloc lorsqu'il atteint le point B.

4- Au point B le bloc touche un ressort de constante de raideur k=100N/m à la vitesse V_B. Calculer la compression maximale (x) du ressort? (on donne g =10 m/s^2).

Bon courage

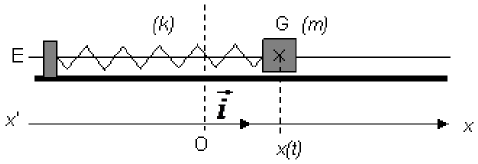
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
1ière Année LMD-M et MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2023/2024
Dimanche 14/01/2024

Le corrigé de l'EF de Mécanique

Question de cours : (5pts)

1- L'intérêt d'utiliser l'analyse dimensionnelle est :
Trouver la dimension d'une grandeur physique, les unités et la nature des grandeurs, vérifier l'homogénéité d'une loi physique et de chercher la loi physique d'une grandeur physique. (01 pts)
2- L'énergie mécanique totale est non conservative car le système est soumis aux forces non conservatives tel que la force de frottement. (0.5pts)
3- La différence entre une force conservative et une force non conservative est :
La différence entre une force conservative et une force non conservative :
• Une force est dite conservative si son travail ne dépend pas du chemin suivi et on dit qu'elle dérive d'un potentiel (0.25 pts) Exemples : Force de pesanteur, le poids…. (0.25 pts)
• Une force est dite non conservative si son travail dépend du chemin suivi (0.25 pts) comme le force de frottement. (0.25 pts)
4- Calculer le travail fourni par cette force pour déplacer le bloc d'une hauteur (AB) de 3 mètres. $\boldsymbol{W_{AB}(\vec{F}) = |\vec{F}|.|\overrightarrow{AB}|.cos\alpha}$=**F.d.cos 0** =1.5 10^4 . 3=4.5 10^4 J (01 pts)
5- Calculer le travail de la force de rappel d'un ressort de constante de raideur k.



$\vec{F} = -kx\vec{\imath}$, $\overrightarrow{dl} = dx.\vec{\imath}$ et $dW = \vec{F}.\overrightarrow{dl}$ (0.5 pts)

$$dW = -dE_p = -kx.dx \Rightarrow dE_p = kxdx \text{ (0.5 pts)}$$

$$\Rightarrow \int dEp = k\int_{x_i}^{x_f} xdx \quad \Rightarrow Ep = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2) = \frac{1}{2}kx^2 \text{ (0.5 pts)}$$

<u>Exercice 1 </u>: (7pts)

1- Les vitesses : <u>3.5pts</u>

M se déplace sur l'axe Oy' avec une accélération constante donc $\overrightarrow{O'M} = Y\,\overrightarrow{u_y}$ avec $\gamma = \frac{dv}{dt}$ et à t=0 le point M est en O' :

$\gamma = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_0^v dv = \gamma\int_0^t dt$ donc $v = \gamma t$ (à t=0, v_0 (M)=0)

$v = \gamma t = \frac{dY}{dt} \Rightarrow \int_0^Y dY = \gamma\int_0^t tdt$ donc $Y = \frac{1}{2}\gamma t^2$ (à t=0, Y_0 (M)=0)

$\overrightarrow{O'M} = \frac{1}{2}\gamma t^2\,\overrightarrow{u_y}$ (0.5pts)

Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
1[ière] Année LMD-M et MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2023/2024
Dimanche 14/01/2024

O' se déplace sur Ox avec une vitesse constante v_0 donc $\overrightarrow{OO'} = x\vec{\imath}$ et $v_0 = \frac{dx}{dt}$ et à t=0, l'axe (O'x') est confondu avec (Ox).

$v_0 = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = v_0 \int_0^t dt$ donc $x = v_0 t$ (à t=0, x_0 (O')=0) alors $\overrightarrow{OO'} = v_0 t\vec{\imath}$ (0.5pts)

$\overrightarrow{v_r} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt} = \gamma\, t\, \mathbf{u_y}$ (0.5pts)

$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}$ (0.25pts) avec $\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$ (0.25pts)

$\overrightarrow{u_x} = \cos\theta\vec{\imath} + \sin\theta\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{u_y} = -\sin\theta\vec{\imath} + \cos\theta\vec{\jmath}$

En utilisant le tableau de passage :

Donc $\vec{\imath} = \cos\theta\, \overrightarrow{u_x} - \sin\theta\, \overrightarrow{u_y}$

	$\overrightarrow{u_x}$	$\overrightarrow{u_y}$
$\vec{\imath}$	Cosθ	-sin θ
$\vec{\jmath}$	Sinθ	cosθ

$\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} = v_0\, \vec{\imath} = v_0(\cos\omega t\, \overrightarrow{u_x} - \sin\omega t\, \overrightarrow{u_y})$ (0. 5pts)

$\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{u_x} & \overrightarrow{u_y} & \overrightarrow{u_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ 0 & \frac{1}{2}\gamma t^2 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2}\gamma t^2\omega\, \overrightarrow{u_x}$ (0.25pts)

$\overrightarrow{\mathbf{v_e}} = \left(-\frac{1}{2}\gamma t^2\omega + v_0\cos\omega t\right) \overrightarrow{\mathbf{u_x}} + (-v_0\sin\omega t)\, \overrightarrow{\mathbf{u_y}}$ (0.25pts)

$\overrightarrow{\mathbf{v_a}} = \overrightarrow{\mathbf{v_r}} + \overrightarrow{\mathbf{v_e}} = \left(-\frac{1}{2}\gamma t^2\omega + v_0\cos\omega t\right) \overrightarrow{\mathbf{u_x}} + (\gamma t - v_0\sin\omega t)\, \overrightarrow{\mathbf{u_y}}$ (0.5pts)

2- Les accélérations : 3.5pts

$\overrightarrow{\mathbf{a_r}} = \frac{\mathbf{d\overrightarrow{v_r}}}{\mathbf{dt}} = \gamma\overrightarrow{\mathbf{u_y}}$ (1pts)

$\overrightarrow{a_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O'M} + \vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}$ (0. 5pts) avec $\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} = \vec{0}$ (0.25pts)

$\vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{u_x} & \overrightarrow{u_y} & \overrightarrow{u_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ -\frac{1}{2}\gamma t^2\omega & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2}\gamma t^2\omega^2\, \overrightarrow{u_y}$ (0.25pts)

$\overrightarrow{a_e} = -\frac{1}{2}\gamma t^2\omega^2\, \overrightarrow{u_y}$ (0.25pts)

$\overrightarrow{\mathbf{a_c}} = \mathbf{2}\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{\mathbf{v_r}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{u_x} & \overrightarrow{u_y} & \overrightarrow{u_z} \\ 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & \gamma t & 0 \end{vmatrix} = -2\gamma t\, \boldsymbol{\omega}\, \overrightarrow{\mathbf{u_x}}$ (0.5pts)

$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_c}$ (0.25pts)

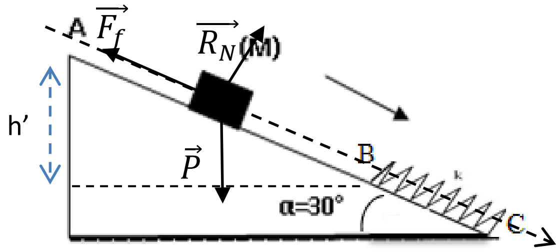
donc $\overrightarrow{\mathbf{a_a}} = (-2\gamma t\,\omega)\, \overrightarrow{u_x} + \left(\gamma - \frac{1}{2}\gamma t^2\omega^2\right) \overrightarrow{u_y}$ (0.5pts)

Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
1ière Année LMD-M et MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2023/2024
Dimanche 14/01/2024

<u>Exercice 2</u> : (8pts)

(0.5pts)



1- L'accélération de la masse m sur AB: <u>03pts</u>

En appliquant le PFD : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p} + \overrightarrow{R_N} + \vec{f} = m\vec{a}$ (0.5pts)

Suivant (Ox) $-$ f +p_x= -f + m g sinα=ma….(1)(0.5pts)

Suivant (Oy) R_N-p_y=0⇒ R_N=m g cosα……(2) (0.5pts)

μ_d=tgφ=F_f/R_N (0.5pts) ⇒F_f=N tg φ donc F_f= μ_d m g cosα (0.5pts)

(1): - μ_d m g cosα + m g sinα = m.a ⇒ a= g (sinα- μ_d cosα)=3.27m/s^2 (0.5pts)

2- La vitesse au point B : on a v_A=0

$et\ v_B^2 - v_A^2 = 2a(AB) \Rightarrow v_B^2 = 2a(AB)$ (0.5pts)
Avec (AB)=8m

$\Rightarrow v_B = \sqrt{2(3.27)(8)} = 7.23m/s^{-1}$ (0.5pts)

3- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, retrouver la vitesse du bloc lorsqu'il atteint le point B.

$\Delta Ec = \Sigma W_{f\ ext} \Rightarrow Ec_B - Ec_A = W_p + W_{Ff} + W_{RN}$(0.5pts)

$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgsin\alpha\ AB - F_f AB$ (0.5pts)
Et

$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgsin\alpha\ AB - \mu_d\ \mathrm{m\ g\ cos}\alpha\ AB$ donc $v_B = \sqrt{g.2.AB\ sin\alpha - 2\mu_d\ \mathrm{g\ cos}\alpha\ AB}$

$v_B = \sqrt{g.2.AB(sin\alpha - \mu_d\ \mathrm{cos}\alpha\ )}$ (0.5pts)

4- Au point B le bloc touche un ressort de constante de raideur k=100N/m à la vitesse V_B. Calculer la compression maximale (x) du ressort? (on donne g =10 m/s^2).

$\Delta E_M = E_{M_C} - E_{M_B} = \Sigma W_{f\ NC} \Rightarrow (E_{C_C} + E_{P_C}) - (E_{C_B} + E_{P_B}) = W_{Ff}$ (01pts)

$\Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 - mg\ h' = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 - mg\ (AB\ sin\alpha) = -\mu_d\ \mathrm{m\ g\ cos}\alpha\ AB$ (0.5pts)

Donc ; x = $\sqrt{\frac{m(v_B^2 + g\ 2(AB\ sin\alpha) - \mu_d\ 2\ \mathrm{g\ cos}\alpha\ AB)}{k}}$=1.07m (0.5pts)