



Exercice 1

1. Calculer, à l'aide de la définition, les dérivées des fonctions $1/x$, \sqrt{x} , x^3 .
2. Calculer les dérivées des fonctions suivantes (préciser les ensembles de définition des fonctions)

$$3^{\ln x} + 2^x, \quad e^{-x} \cos(3x), \quad \ln(\ln x)$$

3. Calculer les dérivées n-ièmes des fonctions

$$e^{ax}, \quad \frac{1}{1-x}, \quad (1+2x)^n, \quad x^2 \sin x \text{ (supp)}$$

Exercice 2

Soit a et b deux nombres réels. On définit la fonction

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{1+x}, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1. Donner une condition sur b pour que f soit continue sur \mathbb{R} .
2. Déterminer a et b tels que f soit dérivable sur \mathbb{R} .

Exercice 3

En appliquant le théorème des accroissements finis, montrer que
Pour tout $x > 0$

$$1) \quad \frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$$

$$2) \quad \frac{1}{1+x} < \ln(1+x) - \ln x < \frac{1}{x} \quad (\text{supp})$$

Exercice 4.

1. a) Etudier la dérivabilité de la fonction suivante

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right), & \text{si } x \neq 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- b) f est elle de classe C^1 ?

2. Etudier la dérivabilité des fonctions définies de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, par

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} \cos(3x), & \text{si } x < 0 \\ 1 - x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} e^{-x} \cos(3x), & \text{si } x < 0 \\ -1 - x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases},$$
$$h(x) = \begin{cases} e^{-x} \cos(3x), & \text{si } x < 0 \\ 1 + x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{supp})$$

Exercice 5 (supp)

Etudier la dérivabilité de la fonction suivante

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = \begin{cases} x + \frac{|x|}{x}, & \text{si } x < 0. \\ a, & \text{si } x = 0. \\ b \frac{\sin 5x}{x}, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$