



### Exercice 1

1. Écrivez les nombres complexes suivants sous la forme algébrique

$$\frac{3+6i}{3-4i}, \quad \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6, \quad \frac{-2}{1-i\sqrt{3}}, \quad \frac{1}{(1+2i)(3-i)} \quad (\text{Facultatif}).$$

2. Mettre sous la forme trigonométrique (forme exponentielle) les nombres complexes suivants, ainsi que leurs conjugués:

$$-2, \quad 3+3i, \quad -1-i\sqrt{3}, \quad \frac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{3}-i} \quad (\text{Facultatif}).$$

3. Etablir que

$$\left(\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)\right) \left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\right) (1+i) = \sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{84}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{84}\right)\right).$$

$$(1-i) \left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right) (\sqrt{3}-i) = 2\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{13\pi}{60}\right) - i \sin\left(\frac{13\pi}{60}\right)\right). \quad (\text{Facultatif})$$

### Exercice 2

Soit les nombres complexes  $a$  et  $b$  tels que  $a = \sqrt{3} + i$ ,  $b = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1)$ .

1. Vérifier que  $b = (1+i)a$ .

2. En déduire que  $|b| = 2\sqrt{2}$  et  $\arg(b) = \frac{5\pi}{12} [2\pi]$ .

3. En déduire de ce qui précède que:  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ .

### Exercice 3

1. Calculer les racines carrées des nombres complexes suivants:

$$-1, \quad i, \quad 3-4i, \quad \frac{\sqrt{3}+i}{2} \quad (\text{Facultatif})$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes

$$z^2 + z + 1 = 0, \quad z^3 + 8 = 0, \quad z^4 + i = 0, \quad z^5 = \bar{z} \quad (\text{Facultatif})$$

**Exercice 4**

On considère la fonction  $f$  de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$  définie par

$$\forall z \in \mathbb{C}, \quad z \neq -i, \quad f(z) = \frac{1-z}{1-iz}$$

1. Déterminer l'ensemble des points tels que  $f(z) \in \mathbb{R}$ .
2. Déterminer l'ensemble des points tels que  $f(z) \in i\mathbb{R}$ .

**Exercice 5**

Déterminer dans chaque cas l'ensemble des points  $M$  du plan complexe d'affixe  $z$  tel que:

1.  $|z - (2 - i)| = \sqrt{2}$ .
2.  $|z - 1 - 2i| = |z + 2 - i|$ .
3.  $|\bar{z} - 2i| = |z + 2|$ .     **(Facultatif)**