

Epreuve finale : Logique mathématique

Les calculatrices et téléphones portables sont strictement interdits

Exercice 1 : (06 points)

En associant les énoncés élémentaires "Paul est étudiant", "Quentin est étudiant", "René est étudiant" aux propositions p, q, r respectivement, associer à chacun des énoncés suivants la formule propositionnelle qui semble lui correspondre sémantiquement :

1. Paul et Quentin sont étudiants.
2. Paul ou Quentin est étudiant.
3. Exactement un seul parmi Paul et Quentin est étudiant.
4. Ni Paul ni René ne sont étudiants.
5. Au moins l'un des trois n'est pas étudiant.
6. Un seul parmi les trois n'est pas étudiant.

Exercice 2 : (06 points)

Trois étudiants, d'une même section, font chacun une déclaration sur les cours qu'ils ont eu le jour du récit :

1er étudiant : Aujourd'hui nous avons eu : Analyse numérique, Logique et SI.

2ème étudiant : Aujourd'hui nous avons eu : SI, mais pas Analyse numérique, ni Logique.

3ème étudiant : Aujourd'hui nous avons eu : Analyse numérique, mais pas SI, ni Logique.

Sachant que chaque étudiant a menti exactement deux fois, dans sa déclaration, qu'est ce qu'ils ont eu réellement comme cours le jour du récit ?

Exercice 3 : (08 points)

Trois personnes, Ali (A), Belaid (B) et Chérif (C) exercent chacune une profession différente : pharmacien, dentiste ou chirurgien. Sachant que les implications suivantes sont vraies, retrouver leur profession :

- (A chirurgien \Rightarrow B dentiste).
- (A dentiste \Rightarrow B pharmacien).
- (B non chirurgien \Rightarrow C dentiste).

Corrigé de l'épreuve finale : Logique mathématique

Exercice 1 : (06 points)

En associant les énoncés élémentaires "Paul est étudiant", "Quentin est étudiant", "René est étudiant" aux propositions p, q, r respectivement, associer à chacun des énoncés suivants la formule propositionnelle qui semble lui correspondre sémantiquement :

1. Paul et Quentin sont étudiants : $p \wedge q$.
2. Paul ou Quentin est étudiant : $p \vee q$.
3. Exactement un seul parmi Paul et Quentin est étudiant : $(p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge q)$.
4. Ni Paul ni René ne sont étudiants : $\bar{p} \wedge \bar{r}$.
5. Au moins l'un des trois n'est pas étudiant ; $\bar{p} \vee \bar{q} \vee \bar{r}$.
6. Un seul parmi les trois n'est pas étudiant ; $(\bar{p} \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \bar{q} \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \bar{r})$.

Exercice 2 : (06 points)

Trois étudiants, d'une même section, font chacun une déclaration sur les cours qu'ils ont eu le jour du récit :

1er étudiant : Aujourd'hui nous avons eu : Analyse numérique, Logique et SI.

2ème étudiant : Aujourd'hui nous avons eu : SI, mais pas Analyse numérique, ni Logique.

3ème étudiant : Aujourd'hui nous avons eu : Analyse numérique, mais pas SI, ni Logique.

Sachant que chaque étudiant a menti exactement deux fois, dans sa déclaration, qu'est ce qu'ils ont eu réellement comme cours le jour du récit ?

Soient les variables propositionnelles A, L, et S dénotant :

A = « cours d'Analyse numérique », L = « cours de Logique », S = « cours de SI ».

Les déclarations des trois étudiants peuvent être formalisées comme suit :

1^{er} étudiant : $A \wedge L \wedge S$

2^{ème} étudiant : $S \wedge \neg A \wedge \neg L$

3^{ème} étudiant : $A \wedge \neg S \wedge \neg L$

Chaque étudiant a menti exactement deux fois dans sa déclaration, par conséquent :

- la vérité d'après la déclaration du 1^{er} étudiant est un élément de l'ensemble

$\{ \neg A \wedge \neg L \wedge S, \neg A \wedge L \wedge \neg S, A \wedge \neg L \wedge \neg S \}$;

- de même pour le second :

$\{ \neg S \wedge A \wedge \neg L, \neg S \wedge \neg A \wedge L, S \wedge A \wedge L \}$;

- pour le troisième :

$\{ \neg A \wedge S \wedge \neg L, \neg A \wedge \neg S \wedge L, A \wedge S \wedge L \}$;

La proposition commune est $\neg A \wedge L \wedge \neg S$, donc ils ont eu Logique mais pas Analyse numérique ni SI.

Exercice 3 : (08 points)

Trois personnes, Ali (A), Belaid (B) et Chérif (C) exercent chacune une profession différente : pharmacien, dentiste ou chirurgien. Sachant que les implications suivantes sont vraies, retrouver leur profession :

(A chirurgien \Rightarrow B dentiste).

(A dentiste \Rightarrow B pharmacien).

(B non chirurgien \Rightarrow C dentiste).

On a : α)- (A chirurgien \Rightarrow B dentiste),
 β)- (A dentiste \Rightarrow B pharmacien),
 γ)- (B non chirurgien \Rightarrow C dentiste).

α), β) et γ) sont vraies simultanément et A, B, C ont chacun une profession différente parmi pharmacien, dentiste et chirurgien.

- Si A est chirurgien alors d'après α), B est dentiste donc B non chirurgien est vraie ce qui implique C est dentiste d'après γ) \Rightarrow contradiction car B et C ne peuvent pas être dentistes tous les deux.
- Si A est dentiste alors d'après β) B est pharmacien donc B non chirurgien est vraie ce qui implique C est dentiste d'après γ) \Rightarrow contradiction car A et C ne peuvent pas être dentistes tous les deux.

D'où : A est pharmacien.

- Si B est dentiste alors B non chirurgien est vraie donc d'après γ) C est dentiste ce qui implique une contradiction car B et C ne peuvent pas être dentistes tous les deux.

D'où : B est chirurgien.

Conclusion :

A est pharmacien,
B est chirurgien,
C est dentiste.