
Exercice 1 (4 points).
On considère un nombre signé codé en complément à 2 sur 8 bits

$$X = (a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0)_{C_2}.$$

On note par $|X|$ la valeur absolue de X,

1. *(1 point) Définir $|X|$ en fonction de $a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$.*
2. *(2 points) Déterminer en binaire la valeur absolue des nombres suivants.*

   $$X_1 = 01101100_{C2},\ X_2 = 10110011_{C2},\ X_3 = 00000001_{C2},\ X_4 = 10000000_{C2}.$$

3. *(1 point) Effectuer ; en complément à 2 l'addition suivante.*

   $$X_1 + X_2.$$

   Le résultat est-il correct ?

Exercice 2 (5 points).
On considère un système de numération en base x, soit N un nombre décimal définie par

$$N = 2.x^3 + 3.x^2 + 5.x + 2.$$

1. *(1 point) Donner l'écriture chiffrée de N dans la base x.*
2. *(2 points) Montrer que N est un multiple de 21_x*
3. *On suppose dans ce qui suit que $x = 8$.*
   1. *(1 point) Convertir N en binaire.*
   2. *(1 point) Convertir N en hexadécimal.*

Exercice 3 (4 points).
Ecrire en norme $IEEE$ 754 simple précision le nombre

$$-25,8125.$$

Exercice 4 (7 points).
Soit f une fonction logique représentée par la table de vérité

a	b	c	$f(a,b,c)$
0	*0*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*1*
0	*1*	*1*	*0*
1	*0*	*0*	*1*
1	*0*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*1*
1	*1*	*1*	*0*

1. *Donner l'expression logique de f.*
    1. *(1 point) Sous la première forme canonique.*
    2. *(1 point) Sous la deuxième forme canonique.*
3. *(3 points) Simplifier les deux expressions.*
4. *(2 points) Tracer le logigramme de la fonction logique f; en utilisant des portes NANDS à deux entrées.*

Bon courage

Exercice 1 (4 points).
On considère un nombre signé codé en complément à 2 sur 8 bits

$$X = (a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0)_{C_2}.$$

On note par $|X|$ la valeur absolue de X,

1. *(1 point) Définir $|X|$ en fonction de $a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$.*

> ***Solution:***
>
> $$|X| = \begin{cases} (a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0)_2; \ \ si\ a_7 = 0(\mathbf{0.5}) \\ (0\overline{d}_6\overline{d}_5\overline{d}_4\overline{d}_3\overline{d}_2\overline{d}_1\overline{d}_0) \ \ où\ d_6d_5d_4d_3d_2d_1d_0 = a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 - 1; \ \ si\ a_7 = 1(\mathbf{0.5}) \end{cases}$$

2. *(2 points) Déterminer en binaire la valeur absolue des nombres suivants.*

$$X_1 = 01101100_{C2},\ X_2 = 10110011_{C2},\ X_3 = 00000001_{C2},\ X_4 = 10000000_{C2}.$$

> ***Solution:*** $|X_1| \underbrace{=}_{(\mathbf{0.5})} 01101100_2 = 1101100_2,\ |X_2| \underbrace{=}_{(\mathbf{0.5})} 01001101_2 = 1001101_2,$
> $|X_3| \underbrace{=}_{(\mathbf{0.5})} 00000001_2 = 1,\ X_4 \underbrace{=}_{(\mathbf{0.5})} 10000000_2$ *car la plus petite valeur représentée en Complément à 2 sur 8 bits est* -128 *et* $|-128| = 128 = 10000000_2$

3. *(1 point) Effectuer ; en complément à 2 l'addition suivante.*

$$X_1 + X_2.$$

Le résultat est-il correct ?

> ***Solution:***
>
> $$\begin{array}{cccccccccc} & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \\ + & & & & & & & & & \\ & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & (\mathbf{0.75}) \\ \hline = & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$
>
> *Le résultat est correct.***(0.25)**

Exercice 2 (5 points).
On considère un système de numération en base x, soit N un nombre décimal définie par

$$N = 2.x^3 + 3.x^2 + 5.x + 2.$$

1. *(1 point) Donner l'écriture chiffrée de N dans la base x.*

> ***Solution:***
> $$N = (2352)_x.(\mathbf{01})$$

2. *(2 points) Montrer que N est un multiple de 21_x*

> ***Solution:*** *Montrer que N est multiple de 21_x revient à montrer que le polynôme $2.x^3 + 3.x^2 + 5.x + 2$ est divisible par $2.x + 1$. Après division euclidienne, on obtient*
> $$\frac{2.x^3 + 3.x^2 + 5.x + 2}{2.x + 1} = x^2 + x + 2 \ (\mathbf{02})$$
> *donc N est un multiple de 21_x.*

3. *On suppose dans ce qui suit que $x = 8$.*
   1. *(1 point) Convertir N en binaire.*

> ***Solution:***
> $$(2352)_8 = (010\ 011\ 101\ 010)_2.(\mathbf{01})$$

   2. *(1 point) Convertir N en hexadécimal.*

> ***Solution:***
> $$(010011101010)_2 = (\underbrace{0100}\underbrace{1110}\underbrace{1010})_2 = (4EA)_{16}.(\mathbf{01})$$

Exercice 3 (4 points)**.**
Ecrire en norme $IEEE754$ simple précision le nombre

$$-25,8125$$

> ***Solution:*** $-25,8125 \underbrace{=}_{(\mathbf{0.5})} -11001,1101_2 \underbrace{=}_{(\mathbf{0.5})} -1.10011101.2^4$. *Ici le signe $\sigma = 1(\mathbf{0.5})$, la mantisse $M = 10011101(\mathbf{0.5})$, l'exposant $E = 4(\mathbf{0.25})$ et l'exposant biaisé $E_b \underbrace{=}_{(\mathbf{0.25})} 4 + 127 = 131 \underbrace{=}_{(\mathbf{0.5})} 10000011_2$ donc* $-25.8125 \underbrace{=}_{(\mathbf{01})} \underbrace{1}_{Signe}\ \underbrace{10000011}_{Exposant\ biais\acute{e}}\ \underbrace{10011101000000000000000}_{Mantisse}$
> *Ainsi*
> $$-25.8125 = 1100\ 0001\ 1100\ 1110\ 1000\ 0000\ 0000\ 0000 = C1CE8000_{IEEE754H\acute{e}xadecimal}$$

Exercice 4 (7 points)**.**
Soit f une fonction logique représentée par la table de vérité

a	b	c	$f(a,b,c)$
0	*0*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*1*
0	*1*	*1*	*0*
1	*0*	*0*	*1*
1	*0*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*1*
1	*1*	*1*	*0*

1. *Donner l'expression logique de f.*
   1. *(1 point) Sous la première forme canonique.*

Solution:

$$f(a,b,c) = \overline{a}.\overline{b}.c + \overline{a}.b.\overline{c} + a.\overline{b}.\overline{c} + a.\overline{b}.c + a.b..\overline{c}.\ (\mathbf{01})$$

   2. *(1 point) Sous la deuxième forme canonique.*

Solution:

$$f(a,b,c) = (a+b+c).(a+\overline{b}+\overline{c}).(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}).\ (\mathbf{01})$$

3. *(3 points) Simplifier les deux expressions.*

Solution:

—

$$\begin{aligned}
f(a,b,c) &= \overline{a}.\overline{b}.c + \overline{a}.b.\overline{c} + a.\overline{b}.\overline{c} + a.\overline{b}.c + a.b..\overline{c} \\
&= \overline{a}.\overline{b}.c + a.\overline{b}.(\overline{c}+c) + (\overline{a}+a).b.\overline{c} \\
&= \overline{a}.\overline{b}.c + a.\overline{b} + b.\overline{c} \\
&= (a + \overline{a}.c) + b.\overline{c} \\
&= (a+c).\overline{b} + b.\overline{c} \\
&= a.\overline{b} + \overline{b}.c + b.\overline{c} \\
&= a.\overline{b} + (b \oplus c)
\end{aligned}$$

(1.5)

$$\begin{aligned}
f(a,b,c) &= (a+b+c).(a+\overline{b}+\overline{c}).(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c})\\
&= (a.a+a.\overline{b}+a.\overline{c}+b.a+b.\overline{b}+b.\overline{c}+c.a+c.\overline{b}+c.\overline{c}).(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c})\\
&= (a+a.b+a.c+a.\overline{b}+a.\overline{c}+b.\overline{c}+\overline{b}.c).(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c})\\
&= (a.\overline{a}+a.b.\overline{a}+a.c.\overline{a}+a.\overline{b}.\overline{a}+a.\overline{c}.\overline{a}+b.\overline{c}.\overline{a}+\overline{b}.c.\overline{a}\\
&+ a.\overline{b}+a.b.\overline{b}+a.c.\overline{b}+a.\overline{b}.\overline{b}+a.\overline{c}.\overline{b}+b.\overline{c}.\overline{b}+\overline{b}.c.\overline{b}\\
&+ a.\overline{c}+a.b.\overline{c}+a.c.\overline{c}+a.\overline{b}.\overline{c}+a.\overline{c}.\overline{c}+b.\overline{c}.\overline{c}+\overline{b}.c.\overline{c}\\
&= a.\overline{b}+a.\overline{b}.c+a.\overline{c}+a.b.\overline{c}+a.\overline{b}.\overline{c}+b.\overline{c}+\overline{a}.\overline{b}.c+\overline{a}.b.\overline{c}\\
&= a.\overline{b}(1+c+\overline{c})+a\overline{c}(1+b)+b\overline{c}+\overline{a}.\overline{b}.c\\
&= a.\overline{b}+a.\overline{c}+b.\overline{c}+\overline{a}.\overline{b}.\overline{c}\\
&= \overline{b}.(a+\overline{a}.c)+a.\overline{c}+b.\overline{c}\\
&= \overline{b}.(a+c)+a.\overline{c}+b.\overline{c}\\
&= \overline{b}.a+\overline{b}.c+a.\overline{c}+b.\overline{c}\\
&= \underbrace{b.\overline{c}+\overline{c}.a+\overline{b}.a}_{Redondance}+\overline{b}.c\\
&= b.\overline{c}+\overline{b}.a+\overline{b}.c\\
&= \overline{b}.a+(b\oplus c)
\end{aligned}$$

(1.5)

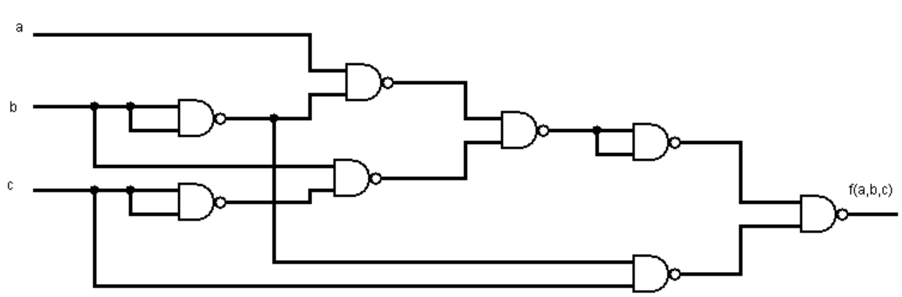
4. *(2 points) Tracer le logigramme de la fonction logique f; en utilisant des portes NANDS à deux entrées.*

Solution:

$$f(a,b,c)=\overline{\overline{\overline{a.\overline{b}}.\overline{b.\overline{c}}.\overline{\overline{b}.c}}}$$

$$=\overline{\overline{a.\overline{\overline{b.b}}.\overline{b.\overline{c.c}}.\overline{\overline{b.b}.c}}}=\overline{\overline{\overline{\overline{a.\overline{\overline{b.b}}.\overline{b.\overline{c.c}}}}}.\overline{\overline{b.b}.c}}$$

$$=\overline{\overline{\left(\overline{\overline{a.\overline{\overline{b.b}}}.\overline{b.\overline{c.c}}}\right).\left(\overline{\overline{a.\overline{\overline{b.b}}}.\overline{b.\overline{c.c}}}\right)}.\overline{\overline{b.b}.c}}(\mathbf{01})$$



(01)