
Exercice 1 (8 points). *(Cours)*

1. *(1 point) Quel est l'intervalle des entiers représentables en BCD sur deux octets ?*
2. *(1 point) Quelles sont les valeurs en décimal des nombres codés en Complément à deux ;* 10000000_{C2} *et* 01111111_{C2}?
3. *Soit a une variable logique.*
   1. *(1 ½ points) Montrer que* $a.a = a$.
   2. *(½ point) Simplifier la fonction logique* $S = a.(a + b)$.
   3. *(1 point) Tracer le logigramme de* S.
4. *(1 point) Soit* f *une fonction à deux variables logiques* a, b. *Donner les expressions des mintermes possibles.*
5. *(1 point) Appliquer le théorème de Morgan sur la fonction logique :*
$$f(A, B, C) = \overline{A.(\overline{B + C})}.$$
6. *(1 point) Représenter la fonction logique* $S = \overline{A}$ *en utilisant une porte logique NAND à deux entrées.*

Exercice 2 (7 points).

1. *(2 points) Donner le nombre de caractères de la chaîne encodée en UTF-8 suivante.*
$$C3\ A9\ 6C\ C3\ A8\ 76\ 65\ 73$$
2. *(2 ½ points) Coder en UTF-8 le caractère*

   ل

   de l'alphabet arabe, codé en Unicode U+0644 en suivant les étapes.
   — *Convertir 0644 en binaire.*
   — *Compter le nombre de bits significatifs.*
   — *Choisir le motif.*
   — *Donner le code en binaire.*
   — *Convertir ce code en hexadécimal.*
3. *(2 ½ points) Convertir le nombre -16.25 en IEEE 754 simple précision.*

Exercice 3 (5 points).

1. *(1 point) En utilisant la formule du binôme de Newton, montrer que*

$$(b+1)^3 = b^3 + 3b^2 + 3b + 1;\ \forall b \in \mathbb{N}.$$

2. *(2 points) Soit b un entier naturel tel que $b \geq 4$. Montrer que le nombre 1331_b est le cube d'un entier.*
3. *(2 points) Soit $N = 2101_3$ un nombre écrit dans la base 3. Déterminer la base b pour laquelle N s'écrit 224_b.(*)*

Bon courage

∗. $11^2 = 121,\ 3^3 = 27,\ \ 22^2 = 484$

Exercice 1 (8 points). *(Cours)*

1. *(1 point) Quel est l'intervalle des entiers représentables en BCD sur deux octets ?*

> ***Solution:*** *L'intervalle des entiers représentables en BCD sur deux octets est :* $[0, 9999]$.

2. *(1 point) Quelles sont les valeurs en décimal des nombres codés en Complément à deux ;* 10000000_{C2} *et* 01111111_{C2} *?*

> ***Solution:*** $10000000_{C2} = -2^{8-1} = -2^7 \overset{\mathbf{(0.5)}}{\overbrace{=}} -128$, $01111111_{C2} = +1111111 = +(2^7 - 1) \overset{\mathbf{(0.5)}}{\overbrace{=}} +127$

3. *(1.5 points) Soit a une variable logique ; montrer que* $a.a = a$

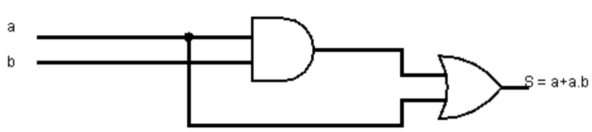
> ***Solution:*** *On a ;* $a \overset{\mathbf{(0.25)}}{\overbrace{=}} a.1 \overset{\mathbf{(0.25)}}{\overbrace{=}} a.(a+\overline{a}) \overset{\mathbf{(0.25)}}{\overbrace{=}} a.a + a.\overline{a} \overset{\mathbf{(0.25)}}{\overbrace{=}} a.a + 0 \overset{\mathbf{(0.5)}}{\overbrace{=}} a.a$, *ou en démontrant la forme duale ;* $a + a = a$. *On a ;* $a = a + 0 = a + a.\overline{a} = (a+a).(a+\overline{a}) = (a+a).1 = a + a$.

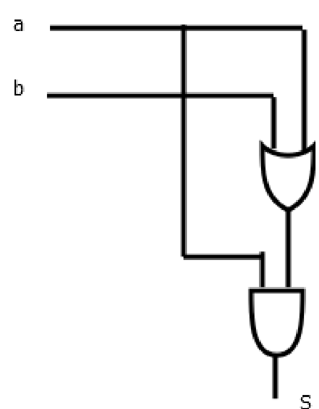
   1. *(0.5 points) Simplifier la fonction logique* $S = a.(a+b)$

   > ***Solution:*** $S = a.a + a.b = a + a.b = a(1+b) = a$ *(La première simplification est juste, la deuxième aussi donc l'étudiant aura 01 pour les deux cas)*

   2. *(1 point) Tracer le logigramme de S*

   > ***Solution:*** *Les deux logigrammes sont accépté et même* $a - - - - - - - - - - S$ *est accépté.*





3. *(1 point) Soit f une fonction à deux variables logiques a, b. Donner les expressions des mintermes possibles.*

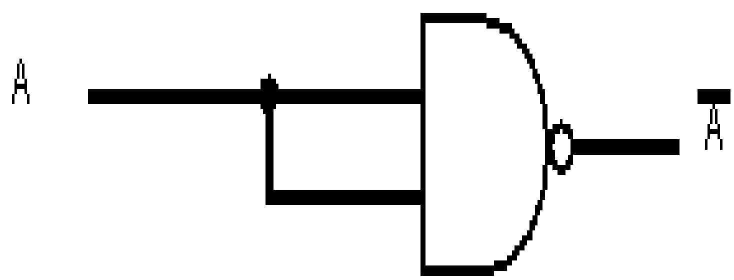
> ***Solution:*** *Pour une fonction logique à deux variables logiques, il existe quatre mintermes :* $m_0 = \overline{a}.\overline{b}(\mathbf{0.25})$, $m_1 = \overline{a}.b(\mathbf{0.25})$, $m_2 = a.\overline{b}(\mathbf{0.25})$, $m_3 = a.b(\mathbf{0.25})$.

4. *(1 point) Appliquer le théorème de Morgan sur la fonction logique :*

$$f(A, B, C) = \overline{A.(\overline{B + C})}.$$

> ***Solution:*** *D'après le théorème de Morgan ;* $f(A, B, C) = \underbrace{\overline{A}}_{(\mathbf{0.25})} \underbrace{+}_{(\mathbf{0.25})} \underbrace{B + C}_{(\mathbf{0.5})}$

5. *(1 point) Représenter la fonction logique $S = \overline{A}$ en utilisant une porte logique NAND à deux entrées.*

> ***Solution:*** *On a* $\overline{A} = \overline{A.A}(\mathbf{0.5})$
>
> 
>
>
> **(0.5)**

Exercice 2 (7 points)**.**

1. *(2 points) Donner le nombre de caractères de la chaîne encodée en UTF-8 suivante.*

$$C3\ A9\ 6C\ C3\ A8\ 76\ 65\ 73.$$

> ***Solution:*** *On vonvertit la chaîne en binaire ;*
>
> $$\underbrace{\overbrace{11000011\ 10101001}^{(\mathbf{0.5})}}_{\textit{un caractère}}\ \underbrace{\overbrace{01101100}^{(\mathbf{0.25})}}_{\textit{un caractère}}\ \underbrace{\overbrace{11000011\ 10101000}^{(\mathbf{0.5})}}_{\textit{un caractère}}\ \underbrace{\overbrace{01110110}^{(\mathbf{0.25})}}_{\textit{un caractère}}\ \underbrace{\overbrace{01100101}^{(\mathbf{0.25})}}_{\textit{un caractère}}\ \underbrace{\overbrace{01110011}^{(\mathbf{0.25})}}_{\textit{un caractère}},$$
>
> *on a donc 6 caractères.*

2. *(2.5 points) Coder en UTF-8 le caractère*

ل

de l'alphabet arabe, codé en Unicode U+0644 en suivant les étapes.

- *Convertir 0644 en binaire.*
- *Compter le nombre de bits significatifs.*
- *Choisir le motif.*
- *Donner le code en binaire.*
- *Convertir ce code en hexadécimal.*

Solution:
- $0644 = 0000011001000100$,**(01)**
- *Les bits significatifs :* 11001000100,**(0.25)**
- *le motif :* $110xxxxx\ 10xxxxxx$,**(0.25)**
- *le code en binaire :* 1101100110000100,**(0.25)**
- *le code en hexadécimal :* $D984$.**(0.75)**

3. *(2.5 points) Convertir le nombre -16.25 en IEEE 754 simple précision.*

Solution: *On convertit* -16.25 *en binaire* $-16.25 \overbrace{=}^{(\mathbf{0.5})} -10000.01_2 \overbrace{=}^{(\mathbf{0.25})} -1.000001 \times 2^4$, *on détermine l'exposant décalé ;* $E_d = E + 127 \overbrace{=}^{(\mathbf{0.25})} 131$, *ensuite on le convertit en binaire ;* $E_d = 10000011_2$**(0.25)**.

Finalement $-16.25 = \underbrace{\overbrace{1}^{(\mathbf{0.25})}}_{Signe} \underbrace{\overbrace{10000011}^{(\mathbf{0.25})}}_{Ed} \underbrace{\overbrace{00000100000000000000000}^{(\mathbf{0.25})}}_{Mantisse} \overbrace{=}^{(\mathbf{0.5})} C1820000_{IEEE754hexa}$.

Exercice 3 (5 points)**.**

1. *(1 point) En utilisant la formule du binôme de Newton, montrer que*

$$(b+1)^3 = b^3 + 3b^2 + 3b + 1;\ \forall b \in \mathbb{N}$$

.

Solution: $(b+1)^3 \overbrace{=}^{(0.25)} \sum_{k=0}^{3} C_3^k.b^k.1^{3-k} = \sum_{k=0}^{3} C_3^k.b^k \overbrace{=}^{(0.25)} C_3^0.b^0 + C_3^1.b^1 + C_3^2.b^2 + C_3^3.b^3 = 1 + 3.b + 3.b^2 + b^3$**(0.5)**

2. *(2 points) Soit b un entier naturel tel que* $b \geq 4$. *Montrer que le nombre* 1331_b *est le cube d'un entier.*

Solution: *On a* $1331_b \overbrace{=}^{(01)} 1.b^3 + 3.b^2 + 3.b^1 + 1.b^0 = b^3 + 3.b^2 + 3.b + 1 \overbrace{=}^{(\mathbf{01})} (b+1)^3$, *d'où le résultat.*

3. *(2 points) Soit* $N = 2101_3$ *un nombre écrit dans la base 3. Déterminer la base b pour laquelle* N *s'écrit* 224_b.

Solution: *On a l'égalité* $N = 2101_3 = 224_b \overbrace{\Longleftrightarrow}^{(0.5)} 2.3^3 + 1.3^2 + 0.3^1 + 1.3^0 = 2.b^2 + 2.b^1 + 4.b^0 \iff b^2 + b - 30 = 0$
On résoud une équation d'orrdre 2 ; $\Delta = 121 = 11^2$,
d'où les solutions $b_1 = -6 \notin \mathbb{N}(\mathbf{0.5}),\ b_2 = 5 > 4(\mathbf{0.5})$. *Donc* $b = 5$ *et* $N = 224_5.(\mathbf{0.5})$

Bon courage