Département de Mathématiques **Année Universitaire 2021-2022**

Faculté des Sciences

Université de Tlemcen

Module : Langages de programmation

Master E.D.P : M1 (Durée :01h30 mn)

Epreuve Finale

Exercice N 01 :

On se donne les fonctions **f_1 , f_2 et f_3** à deux valeurs réelles x et y définies par :

$$f\_0(x, y) = a_0 + a_1 * x + a_2 * y$$

$$f\_1(x, y) = b0 + b1 * x + b2 * y$$

$$f\_2(x, y) = c0 + c1 * x + c2 * y$$

Où

Le couple **(x, y)** peut prendre les valeurs suivantes :

$A_0 = (x_0, y_0)$, $A_1 = (x_1, y_1)$, $A_2 = (x_2, y_2)$ dans IR^2.

1) Calculer Analytiquement :
   - les coefficients : **a0, a1 et a2**, tels que :
     f_0 (A_i) = **1 si i = 0 ; pour i=0,1,2**
     0 Sinon
   - les coefficients : **b0, b1 et b2**, tels que :
     f_1 (A_i) = **1 si i = 1 ; pour i=0,1,2**
     0 Sinon
   - les coefficients : **c0, c1 et c2** ,tels que :
     f_2 (A_i) = **1 si i = 2 ; pour i=0,1,2**
     0 Sinon
2) Ecrire un programme en python, qui nous calculera les valeurs approchées de :

$$\frac{\partial}{\partial x}(f\_0(x, y)) \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y}(f\_0(x, y))$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(f\_1(x, y)) \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y}(f\_1(x, y))$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(f\_2(x, y)) \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y}(f\_2(x, y))$$

N.B :

1) $\frac{\partial}{\partial x}$ **(f(x0,y0)) = (f(x0 + h, y0)- f(x0, y0)) / h**

$\frac{\partial}{\partial y}$ **(f(x0,y0)) =(f (x0,y0+k)- f (x0,y0-k)) / (2.*k)**

Où h et k deux réels positifs assez petits à définir.

2) On nommera determ la function qui nous calculera le déterminant des systèmes obtenus.

3) (x0, y0) = (0.,0.), (x1, y1)= (1.,0.) , (x2 , y2)= (1.,1.)

Exercice N02 :

1) Définir le système d'équations différentielles d'ordre un correspondant à l'équation différentielles d'ordre deux suivante :

$\ddot{y}$ **+ omega_0 * sin(y) =0 t [t0 , Tf] , y IR**

Avec :

Omega_0=40. ; y(t0)= 0. , y (t0) = 2. , t0 = 0. ; Tf=1 ; y = y(t).

2) En utilisant la formule de **Runge-Kutta d'ordre 2** et la Formule suivante :

$y_{n+1} = y_n + (dt/12) * (R1 * f (t_n , y_n) + R2* f(t_{n-1} , y_{n-1}) + R3*f (t_{n-2} , y_{n-2}))$;

pour n = 2, 3, ….

Avec :

R1=23. , R2 = -16. et R3 = 5.

Résoudre le problème de Cauchy suivant :

y = f (t , y) = (A*y2) + B (t, y) [t0, Tf] x IR = [t0 , 1.] x IR**

y (0.) = 0.

But : 1) Calculer y (0.8) = ? , avec dt = 0.2

2) Tracez le graphe correspondant à l'évolution de y en fonction de t (le temps) .

Bon Courage

Département de Mathématiques **Année Universitaire 2021-2022**

Faculté des Sciences

Université de Tlemcen

Module : Langages de programmation

Master E.D.P : M1 (Durée :01h30 mn)

Epreuve Finale

Exercice N 01 :

On se donne les fonctions **f_1 , f_2 et f_3** à deux valeurs réelles x et y définies par :

$$f\_0(x, y) = a_0 + a_1 * x + a_2 * y$$

$$f\_1(x, y) = b0 + b1 * x + b2 * y$$

$$f\_2(x, y) = c0 + c1 * x + c2 * y$$

Où

Le couple **(x, y)** peut prendre les valeurs suivantes :

$A_0 = (x_0, y_0)$, $A_1 = (x_1, y_1)$, $A_2 = (x_2, y_2)$ dans IR^2.

1) Calculer Analytiquement :
   - les coefficients : **a0, a1 et a2**, tels que :
     f_0 (A_i) = **1 si i = 0 ; pour i=0,1,2**
     0 Sinon
   - les coefficients : **b0, b1 et b2**, tels que :
     f_1 (A_i) = **1 si i = 1 ; pour i=0,1,2**
     0 Sinon
   - les coefficients : **c0, c1 et c2** ,tels que :
     f_2 (A_i) = **1 si i = 2 ; pour i=0,1,2**
     0 Sinon
2) Ecrire un programme en python, qui nous calculera les valeurs approchées de :

$$\frac{\partial}{\partial x}(f\_0(x, y)) \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y}(f\_0(x, y))$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(f\_1(x, y)) \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y}(f\_1(x, y))$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(f\_2(x, y)) \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial y}(f\_2(x, y))$$

N.B :

1) $\frac{\partial}{\partial x}$ **(f(x0,y0)) = (f(x0 + h, y0)- f(x0, y0)) / h**

$\frac{\partial}{\partial y}$ **(f(x0,y0)) =(f (x0,y0+k)- f (x0,y0-k)) / (2.*k)**

Où h et k deux réels positifs assez petits à définir.

2) On nommera determ la function qui nous calculera le déterminant des systèmes obtenus.

3) (x0, y0) = (0.,0.), (x1, y1)= (1.,0.) , (x2 , y2)= (1.,1.)

Exercice N02 :

1) Définir le système d'équations différentielles d'ordre un correspondant à l'équation différentielles d'ordre deux suivante :

$\ddot{y}$ **+ omega_0 * sin(y) =0 t [t0 , Tf] , y IR**

Avec :

Omega_0=40. ; y(t0)= 0. , y (t0) = 2. , t0 = 0. ; Tf=1 ; y = y(t).

2) En utilisant la formule de **Runge-Kutta d'ordre 2** et la Formule suivante :

$y_{n+1} = y_n + (dt/12) * (R1 * f (t_n , y_n) + R2* f(t_{n-1} , y_{n-1}) + R3*f (t_{n-2} , y_{n-2}))$;

pour n = 2, 3, ….

Avec :

R1=23. , R2 = -16. et R3 = 5.

Résoudre le problème de Cauchy suivant :

y = f (t , y) = (A*y2) + B (t, y) [t0, Tf] x IR = [t0 , 1.] x IR**

y (0.) = 0.

But : 1) Calculer y (0.8) = ? , avec dt = 0.2

2) Tracez le graphe correspondant à l'évolution de y en fonction de t (le temps) .

Bon Courage