Université Aboubekr BELKAID - Tlemcen	A.U 2021/2022 - 2ème année Mathématiques
Faculté des Sciences - Département de Mathématiques	Analyse 4 - Fiche de T.D n°3

Exercice 1 : Évaluer chacune des intégrales suivantes dans les domaines respectifs :

$$\iint_{\mathcal{D}_1} \frac{x^2}{1+y^2}\, dxdy \qquad \mathcal{D}_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 1\ ,\ 0 \leq y \leq 1\right\}$$

$$\iint_{\mathcal{D}_2} \frac{x^2}{y^2}\, dxdy \qquad \mathcal{D}_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leq x \leq 2\ ,\ 1 \leq xy \leq x^2\right\}$$

$$\iint_{\mathcal{D}_3} (x+y)e^{-(x+y)}\, dxdy \qquad \mathcal{D}_3 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0\ ,\ y \geq 0\ ,\ x+y \leq 1\right\}$$

Exercice 2 : Pour chacune des intégrales doubles suivantes dessiner le domaine d'intégration, puis changer l'ordre d'intégration.

$$\int_1^3 \left(\int_{x^2}^{x+9} f(x,y)\, dy\right) dx \quad , \quad \int_0^4 \left(\int_y^{10-y} f(x,y)\, dx\right) dy$$

Exercice 3 : En passant en coordonnées polaires, calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \iint_{\mathcal{D}_1} \frac{xy}{x^2+y^2}\, dxdy\ , \mathcal{D}_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0\ ,\ y \geq 0\ ,\ 1 \leq x^2+y^2 \leq 4\right\}$$

$$I_2 = \iint_{\mathcal{D}_2} \sqrt{x^2+y^2}\, dxdy\ , \mathcal{D}_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0\ ,\ 1 \leq x^2+y^2 \leq 2y\right\}$$

Exercice 4 : Calculer l'aire de chacune des régions du plan définies par :

$$\mathcal{A} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0\ ,\ x^3 \leq y \leq x^2\right\}$$
$$\mathcal{B} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y \leq 8\ ,\ x^2 \leq y \leq x^3\right\}$$
$$\mathcal{C} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2+y^2 \leq 2x+3\ ,\ x^2+y^2 \leq -2x+3\right\}$$

Exercice 5 : Évaluer les intégrales triples suivantes

$$I_1 = \iiint_{\mathcal{D}_1} \frac{dxdydz}{\sqrt{1+x+y+z}},\ \mathcal{D}_1 = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$$

$$I_2 = \iiint_{\mathcal{D}_2} z\, dxdydz,\ \mathcal{D}_2 = \left\{(x,y,z) \in (\mathbb{R}^+)^3 / x^2+z \leq 1\ ,\ y^2+z \leq 1\right\}$$

Exercice 6 : Calculer le volume de la région de $\mathbb{R}^3$ délimitée par la sphère $x^2+y^2+z^2 = 2Rz$, le cône $x^2+y^2 = z^2$ et contenant le point $(0,0,R)$.