

```
In [1]: import numpy as np
from numpy.linalg import eigvals,solve
```

Exercice 1

Écrire une fonction python rayleigh(A,x) qui calcule le quotient de Rayleigh d'un vecteur x non nul.

```
In [2]: A=np.array([[10,2,5],[5,5,1],[40,1,20]])
x=np.ones(3)
sol=solve(A,x);sol
```

```
Out[2]: array([-0.39047619,  0.42857143,  0.80952381])
```

```
In [3]: rayleigh= lambda A,x: np.dot(x,np.dot(A,x))/np.dot(x,x)
```

```
In [4]: r=rayleigh(A,x);r
vp=eigvals(A);vp
print("r est-il compris entre la plus petite valeur propre et la plus grande valeur propre de A? \n"\
      ,r>=min(vp) and r<=max(vp))
```

r est-il compris entre la plus petite valeur propre et la plus grande valeur propre de A?
True

Exercice 2

Ecrire une fonction RK2 qui résoud un problème de Cauchy avec la méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 donnée par:

```
$$ k1 = f(t_{n},y_{n})$$
$$ k2 = f(t_{n}+(3/2)h,y_{n}+(3/2)hk1)$$
$$y_{n+1} = y_{n}+h((2/3)k1+(1/3)k2)$$
```

```
In [5]: import numpy as np
```

```
In [6]: def rk2(f,y0,t):# Runge Kutta d'ordre 2
    """
    Entrees:
    t      : contient les points de la subdivision
    y0     : la condition initiale
    f      : la fonction connue
    Sorties:
    y      : Solutions approchees aux points de t

    """
    N=len(t)
    h=t[1]-t[0]
    y=np.zeros(N)
    y[0]=y0
    for n in range(N-1):
        k1=f(t[n],y[n])
        k2=f(t[n]+3*h/2,y[n]+3*h*k1/2)
        y[n+1]=y[n]+h*(2*k1+k2)/3
    return y
```

Application

$$y' = -y - 3t$$

avec $t \in [0,2]$ et $y(0) = 1$.

La solution exacte est

$$y(t) = -2e^{-t} - 3t + 3$$

```
In [7]: f=lambda t,y:-y-3*t
y0=1.0
t=np.linspace(0,2,200)
yy=rk2(f,y0,t)
```

```
In [8]: yexa=lambda t: -2*np.exp(-t)-3*t+3
```

```
In [9]: print("La valeur exacte est", yexa(2))
print("La valeur approchée au point t=2 est ",yy[1])
print("L'erreur commise au point t=2 est ",abs(yexa(2)-yy[-1]))
```

La valeur exacte est -3.2706705664732256
La valeur approchée au point t=2 est 0.9898487411934042
L'erreur commise au point t=2 est 9.182381738526146e-06

```
In [ ]:
```