

Examen de Rattrapage : Logique mathématique

Les calculatrices et téléphones portables sont strictement interdits

Exercice 1 : (06 points)

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi ?

1. Si Faraon était chinois alors $3-2 = 2$.
2. Soit Cléopâtre était chinoise, soit les grenouilles aboient.
3. Soit les roses sont des animaux, soit les chiens ont 4 pattes.
4. Les roses ne sont ni des animaux, ni des fleurs.
5. Alger est en Algérie ou Madrid est en chine.
6. Les poiriers ne donnent pas de melons, et Cléopâtre n'est pas chinoise.

Exercice 2 : (06 points)

Quatre jeunes se promènent dans la rue. Chacun d'eux a la particularité suivante : soit il dit toujours la vérité, soit il ne fait que mentir. Voici un extrait de leur conversation :

A : " Il pleut."

B : " A ne ment pas."

C : " Si A ment, alors B ne ment pas."

D : " A ment et B ne ment pas."

A : " D ment."

Pouvez-vous en déduire le temps qu'il fait ?

Exercice 3 : (08 points)

On considère le connecteur binaire \uparrow (barre de Sheffer) défini comme suit :

$$x \uparrow y \equiv \neg(x \wedge y).$$

1. Dire si le connecteur \uparrow est commutatif ($x \uparrow y \equiv y \uparrow x$) ?
2. Dire s'il est associatif ($(x \uparrow y) \uparrow z \equiv x \uparrow (y \uparrow z)$) ?
3. Donner les tables de vérité des formules

$$(x \uparrow x), ((x \uparrow x) \uparrow x) \text{ et } ((x \uparrow y) \uparrow (x \uparrow y)).$$

Examen de Rattrapage : Logique mathématique

Les calculatrices et téléphones portables sont strictement interdits

Exercice 1 : (06 points)

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi ?

1. Si Faraon était chinois alors $3-2 = 2$.
2. Soit Cléopâtre était chinoise, soit les grenouilles aboient.
3. Soit les roses sont des animaux, soit les chiens ont 4 pattes.
4. Les roses ne sont ni des animaux, ni des fleurs.
5. Alger est en Algérie ou Madrid est en chine.
6. Les poiriers ne donnent pas de melons, et Cléopâtre n'est pas chinoise.

1. Il s'agit, ici d'une implication. " Faraon est chinois " est faux et " $3-2=2$ " est faux, or la seule possibilité pour qu'une implication soit fausse est qu'une assertion vraie implique une assertion fausse, donc l'assertion 1 est vraie.

2. " Cléopâtre était chinoise " est faux et " les grenouilles aboient " est faux donc l'assertion 2 est fausse.

3. " les roses sont des animaux " est faux et " les chiens ont 4 pattes " est vrai, donc l'assertion 3 est vraie.

4. " les roses ne sont ni des animaux, ni des fleurs " peut se traduire par " les roses ne sont pas des animaux et les roses ne sont pas des fleurs ". " les roses ne sont pas des animaux " est vrai et " les roses ne sont pas des fleurs " est faux donc " les roses ne sont ni des animaux, ni des fleurs " est fausse.

5. " Alger est en Algérie " est vrai et " Madrid est en chine " est faux, donc " Alger est en Algérie ou Madrid est en chine " est vraie.

6. " les poiriers ne donnent pas de melons " est vrai et " Cléopâtre n'est pas chinoise " est vrai, donc " les poiriers ne donnent pas de melons, et Cléopâtre n'est pas chinoise " est vraie.

Exercice 2 : (06 points)

Quatre jeunes se promènent dans la rue. Chacun d'eux a la particularité suivante : soit il dit toujours la vérité, soit il ne fait que mentir. Voici un extrait de leur conversation :

A : " Il pleut."

B : " A ne ment pas."

C : " Si A ment, alors B ne ment pas."

D : " A ment et B ne ment pas."

A : " D ment."

Pouvez-vous en déduire le temps qu'il fait ?

On étudie les deux cas :

A ment (il ne pleut pas). Dans ce cas, B ment également. D ment aussi (car il dit en particulier que B ne ment pas). Mais A dit que D ment et A ment. Donc D ne ment pas ce qui est contradictoire. On en déduit que A ne ment pas (et donc qu'il pleut).

Vérifions si le 2ème cas est cohérent :

A dit vrai (il pleut). Dans ce cas B dit vrai également. D ment (c'est ce que dit A qui ne ment pas) et c'est cohérent avec la déclaration de D (qui ment en disant que B ment). Pour finir, C ne ment pas, dans ce cas, sa phrase n'apporte aucune information (on ne peut en tirer quelque chose que si A ment. Si C mentait, on en déduirait que "A ment et B ne ment pas" ce qui serait contradictoire).

Conclusion : il pleut (A, B, C disent vrai et D ment).

Exercice 3 : (08 points)

On considère le connecteur binaire \uparrow (barre de Sheffer) défini comme suit :

$$x \uparrow y \equiv \neg(x \wedge y).$$

1. Dire si le connecteur \uparrow est commutatif ($x \uparrow y \equiv y \uparrow x$) ?

$x \uparrow y \equiv \neg(x \wedge y) \equiv \neg(y \wedge x) \equiv y \uparrow x$. Donc \uparrow est commutatif.

2. Dire s'il est associatif ($(x \uparrow y) \uparrow z \equiv x \uparrow (y \uparrow z)$) ?

$(x \uparrow y) \uparrow z \equiv (\neg(x \wedge y)) \uparrow z \equiv \neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \equiv (x \wedge y) \vee \neg z$.

$x \uparrow (y \uparrow z) \equiv x \uparrow (\neg(y \wedge z)) \equiv \neg(x \wedge \neg(y \wedge z)) \equiv \neg x \vee (y \wedge z)$. Donc \uparrow n'est pas associatif.

3. Donner les tables de vérité des formules

$$(x \uparrow x), ((x \uparrow x) \uparrow x) \text{ et } ((x \uparrow y) \uparrow (x \uparrow y)).$$

x	$x \uparrow x$	$(x \uparrow x) \uparrow x$	x	y	$x \uparrow y$	$(x \uparrow y) \uparrow (x \uparrow y)$
1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0

Barème :

Exercice 1 : 01pt + 01pt + 01pt + 01pt + 01pts + 01pt = 06pts.

Exercice 2 : 03pts + 03pts = 06pts.

Exercice 3 : 02pts + 02pts + 01pt + 01pt + 02pts = 08pts.