

Faculté des sciences *** 1ère Année MI 2021-2022.

Module : Algèbre 2 / 1ère série de TD. (Les polynômes) Le corrigé

Exercice 01 : Soit le polynôme :

$$P(X) = X^7 - 3X^6 + 8X^5 - 15X^4 + 13X^3 - 5X^2 + 2X - 1.$$

- (1) Trouver une racine entière de $P(X)$.
- (2) Déterminer l'ordre de multiplicité de cette racine.

Exercice 02 : Montrer que le polynôme :

$$P(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}, \text{ n'admet pas des racines multiples dans } \mathbb{C}.$$

Exercice 03 : (1) Effectuer la division euclidienne du polynôme P par Q où :

$$P(X) = X^5 + 4X^4 + 6X^3 - 8X^2 + X + 3 \text{ et } Q(X) = X^2 + X + 2.$$

- (2) Effectuer la division suivant les puissances croissantes à l'ordre 3 du polynôme P par Q où :

Exercice 04 : Déterminer le reste de la division euclidienne du polynôme P par Q dans les deux cas suivants :

- (1) $P(X) = X^n + (X - 1)^n + 1$ et $Q(X) = X^2 - X$.
- (2) $P(X) = (\cos \theta + X \sin \theta)^n$ avec $n \in \mathbb{N}, \theta \in \mathbb{R}$ et $Q(X) = X^2 + 1$.

Exercice 05 : Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles suivantes :

$$(1) \frac{1}{x^4 - x}; (2) \frac{x + 5}{(x - 3)^3 (x^2 + x + 1)} \text{ et } (3) \frac{x^6}{(x^2 + 1)^2 (x + 1)^2}.$$