Exercice 1 (Cours-7 points).

1. *(2 points) Définir le principe d'un demi-additionneur (donner les expressions des sorties).*
2. *(2 points) Définir le principe d'un additionneur complet (donner les expressions des sorties).*

   On rappelle que le complément à 2 d'un nombre binaire est le complément à 1 plus 1 et que le complément à 1 s'obtient en inversant tous les bits de ce nombre (en permutant les 0 par des 1 et inversement).
3. *(3 points) Représenter un circuit logique qui implémente le complément à 2 sur 4 bits à l'aide de demi-additionneurs.*

Exercice 2 (6 points).

Une société propose des postes d'emploi. Pour évaluer les compétences des candidats, quatre tests sont proposés. Les notes affectées à chaque test sont :

Test	*Note*
Test 1	*3*
Test 2	*5*
Test 3	*8*
Test 4	*4*

Un test peut être soit réussi ; dans ce cas le candidat reçoit la totalité de la note accordée, soit non réussi ; le candidat reçoit alors la note zéro pour ce test. Un candidat est considéré valable lorsque le total de ses notes est supérieur ou égal à 10.

Cette société vous demande de concevoir un système à 4 entrées T_1, T_2, T_3 *et* T_4 *et une sortie* V*. Les entrées reçoivent le résultat de chaque test (si le test* T_i *est réussi :* $T_i = 1$*, s'il est non réussi :* $T_i = 0$*;* $i = 1, 2, 3, 4$*).*

1. *(2 points) Dresser la table de vérité de ce système.*
2. *(2 points) Donner la fonction logique simplifiée à l'aide de la table de Karnaugh.*
3. *(2 points) Réaliser la fonction logique avec des portes NANDs.*

Exercice 3 (7 points). *On réalise le montage de la figure ci-dessous à partir de trois multiplexeurs MUX-1, MUX-2 et MUX-3 chacun à quatre entrées de données.*

1. *(3 points) Donner l'expression logique de la sortie S.*
2. *(4 points) A l'aide d'un minimum de circuits D.A (Demi-Additionneurs) et de portes logiques, représenter les fonctions suivantes.*
   (a) $f_1(a, b, c) = (a \oplus b) \oplus c$.
   (b) $f_2(a, b, c) = (a \oplus b).c + a.b$.
   (c) $f_3(a, b, c) = \overline{a}.b.c + a.\overline{b}.c$.
   (d) $f_4(a, b, c) = a.b.\overline{c} + \overline{a.b}.c$.

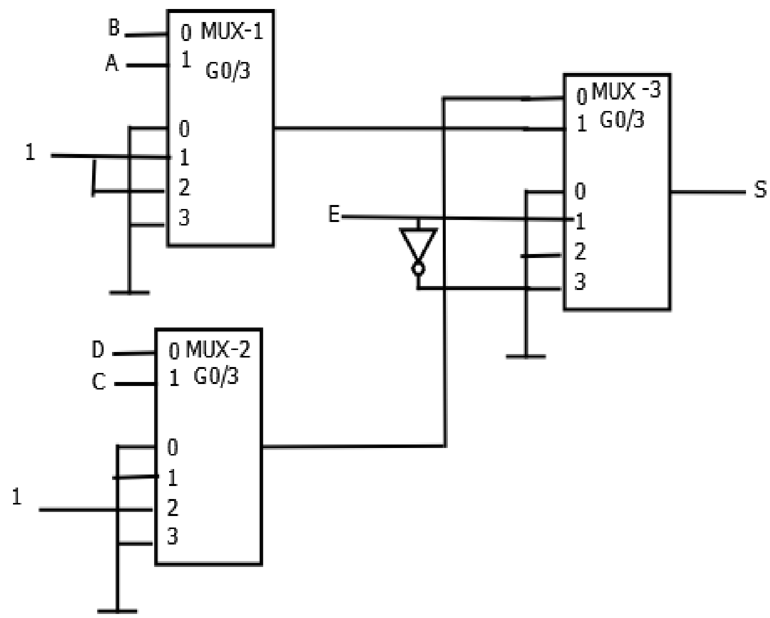


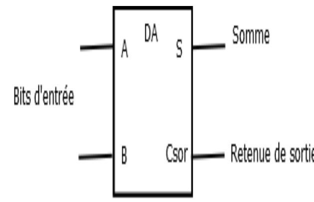
FIGURE 1 – Logigramme de S

Exercice 1 (Cours-7 points)**.**

1. *(2 points) Définir le principe d'un demi-additionneur (donner les expressions des sorties).*

Solution: *Le demi-additionneur permet d'additionner deux bits et de donner la somme et la retenue, il possède deux entrées A, B et deux sorties : S (Somme) et C_{sor}(Retenue de sortie) où $S = A \oplus B$ et $C_{sor} = A.B$.*

A	B	S	C_{sor}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

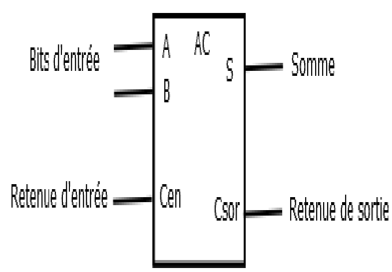


(La note complète pour le principe et les expressions logiques)

2. *(2 points) Définir le principe d'un additionneur complet (donner les expressions des sorties).*

Solution: *L'additionneur complet tient compte non seulement des deux entrées, mais aussi de la retenue obtenue lors de l'addition des deux valeurs de la position précédente d'où la necessité d'avoir trois entrées et deux sorties S (Somme) et C_{sor}(Retenue de sortie) où $S = A \oplus B \oplus C_{en}$ et $C_{sor} = A.B + (A \oplus B).C_{en}$.*

A	B	C_{ent}	S	C_{sor}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

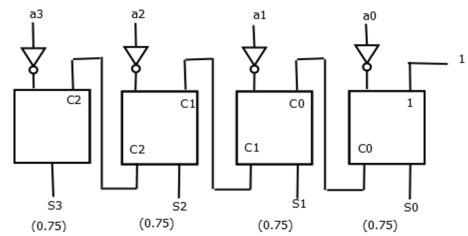


(La note complète pour le principe et les expressions logiques)

On rappelle que le complément à 2 d'un nombre binaire est le complément à 1 plus 1 et que le complément à 1 s'obtient en inversant tous les bits de ce nombre (en permutant les 0 par des 1 et inversement).

3. *(3 points) Représenter un circuit logique qui implémente le complément à 2 sur 4 bits à l'aide de demi-additionneurs.*

Solution: *Le complément à 2 de* $a_3a_2a_1a_0$ *est* $\overline{a}_3\overline{a}_2\overline{a}_1\overline{a}_0+1$



$(a_3a_2a_1a_0)_2=(S_3S_2S_1S_0)_{C\text{à}2}$

Exercice 2 (6 points)**.**

Une société propose des postes d'emploi. Pour évaluer les compétences des candidats, quatre tests sont proposés. Les notes affectées à chaque test sont :

Test	*Note*
Test 1	*3*
Test 2	*5*
Test 3	*8*
Test 4	*4*

Un test peut être soit réussi ; dans ce cas le candidat reçoit la totalité de la note accordée, soit non réussi ; le candidat reçoit alors la note zéro pour ce test. Un candidat est considéré valable lorsque le total de ses notes est supérieur ou égal à 10.

Cette société vous demande de concevoir un système à 4 entrées T_1, T_2, T_3 *et* T_4 *et une sortie* V*. Les entrées reçoivent le résultat de chaque test (si le test* T_i *est réussi :* $T_i=1$*, s'il est non réussi :* $T_i=0$*;* $i=1,2,3,4$*).*

1. *(2 points) Dresser la table de vérité de ce système.*

Solution:

T_1	T_2	T_3	T_4	V	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	1	**(0.25)**
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	1	**(0.25)**
0	1	1	1	1	**(0.25)**
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	**(0.25)**
1	0	1	1	1	**(0.25)**
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	1	**(0.25)**
1	1	1	0	1	**(0.25)**
1	1	1	1	1	**(0.25)**

(0.25) pour chaque ligne où $V = 1$; **(0.25 × 8 = 2 points)**

2. *(2 points) Donner la fonction logique simplifiée à l'aide de la table de Karnaugh.*

Solution:

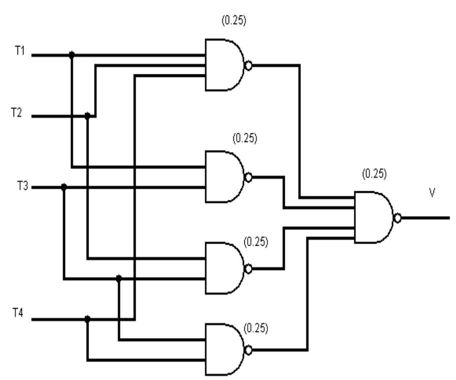
T_3T_4 \ T_1T_2	*00*	*01*	*11*	*10*
00	*0*	*0*	*0*	*0*
01	*0*	*0*	*1*	*0*
11	*1*	*1*	*1*	*1*
10	*0*	*1*	*1*	*1*

(01)

$V = T_3.T_4 + T_2.T_3 + T_1.T_3 + T_1.T_2.T_4$. **(01)**

3. *(2 points) Réaliser la fonction logique avec des portes NANDs.*

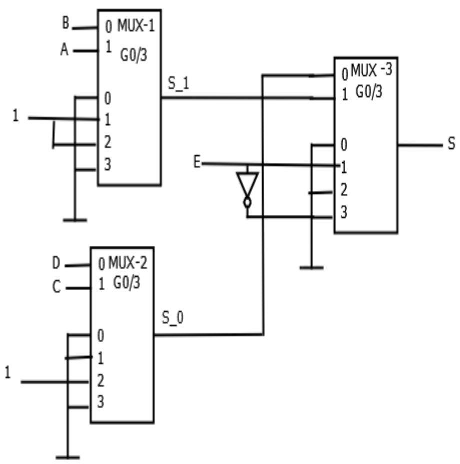
Solution: $V = \overline{\overline{T_3.T_4}.\overline{T_2.T_3}.\overline{T_1.T_3}.\overline{T_1.T_2.T_4}}$ **(0.75)**



Exercice 3 (7 points)**.** *On réalise le montage de la figure ci-dessous à partir de trois multiplexeurs MUX-1, MUX-2 et MUX-3 chacun à quatre entrées de données.*

1. *(3 points) Donner l'expression logique de la sortie S.*

Solution:



On a

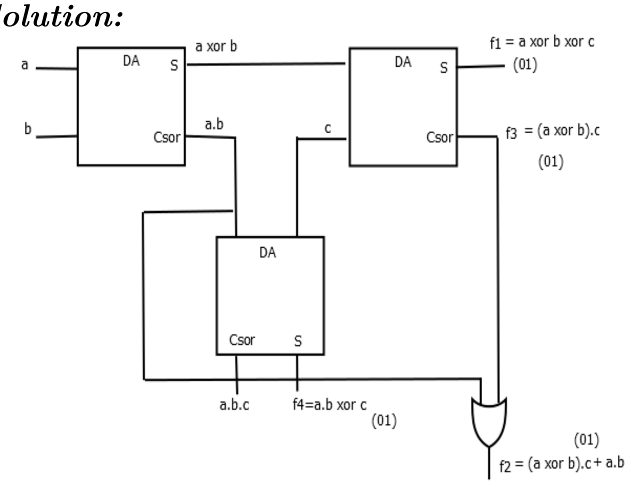
$S_1 = \overline{A}.B + A.\overline{B} = A \oplus B, (\mathbf{0.5})$

$\mathbf{S_0 = C.\overline{D}(0.5)}$ *et*

$S = \underbrace{\overline{S_1}.S_0.E}_{(\mathbf{0.5})} + \underbrace{S_1.S_0.\overline{E}}_{(\mathbf{0.5})} = C.\overline{D}[(\overline{\overline{A}.B + A.\overline{B}}).E + (\overline{A}.B + A.\overline{B}).\overline{E}] \underbrace{=}_{(\mathbf{01})} C.\overline{D}.(A \oplus B \oplus E).$

2. *(4 points) A l'aide d'un minimum de circuits D.A (Demi-additionneurs) et de portes logiques, représenter les fonctions suivantes.*
   (a) $f_1(a,b,c) = (a \oplus b) \oplus c.$
   (b) $f_2(a,b,c) = (a \oplus b).c + a.b.$
   (c) $f_3(a,b,c) = \overline{a}.b.c + a.\overline{b}.c = (a \oplus b).c.$
   (d) $f_4(a,b,c) = a.b.\overline{c} + \overline{a.b}.c = a.b \oplus c.$

Solution:



(01 point pour chaque fonction représentée)