

Contrôle Continu -Statistique descriptive- (Jeudi 24Mars 2022)

Exercice 1 (Questions de cours) (6 pts)

- I) Soit X, un caractère discret : $X \Omega \rightarrow \{x_1, \dots, x_n\}$. (avec $x_1 < x_2 < \dots < x_n$)
- 1) donner la définition de f_i , fréquence partielle de la modalité x_i . (1 pt)
- 2) Donner et interpréter la valeur de $F_X(x_i)$, où F_X est la fonction de répartition de X. (1 pt + 1 pt)
- II) Soit Y un caractère continu définie sur une population Ω . On note N l'effectif total.
 $N = 50$, $x_{min} = 140$ et $x_{Max} = 171$.
- a) Calculer l'étendue e du caractère Y. (0.5 pt)
- b) En utilisant la méthode de YULE, Déterminer le nombre (m) de classes et calculer h la longueur d'une classe (0.5 pt + 1 pt)
- c) Déterminer les classes de valeurs (de même longueur h) du caractère Y. (1 pt)

Exercice 2 (5,5 pts)

Le médecin de la Faculté des sciences a relevé le nombre X d'étudiants qui se sont présentés par jour à son service pendant une période de 15 jours.

Les valeurs prises par X sont données par la série statistique suivante:

4, 0, 4, 1, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 4, 2, 3.

- 1) Déterminer la population Ω , l'individu ω et C l'ensemble des modalités (0.5 pt + 0.5 pt + 0.5 pt)
- 2) Calculer directement à partir de la série statistique :
- a) Le mode M_0 , **b) la moyenne \bar{x}** , **c) La variance $Var(X)$** , **d) la médiane M_e .**
- (1 pt) (1 pt) (1 pt) (1 pt)**

Exercice 3(8.5 pts)

Soit X le caractère discret égal au nombre d'enfants par famille d'un quartier de la ville de Tlemcen. Les valeurs prises par X avec leurs effectifs partiels respectifs sont données par :

x_i	1	2	3	4	5	6	7
n_i	201	238	137	142	55	15	6

- 1) Interpréter le nombre 142 (0.5pt)
- 2) Dresser le tableau suivant : (2 pts)

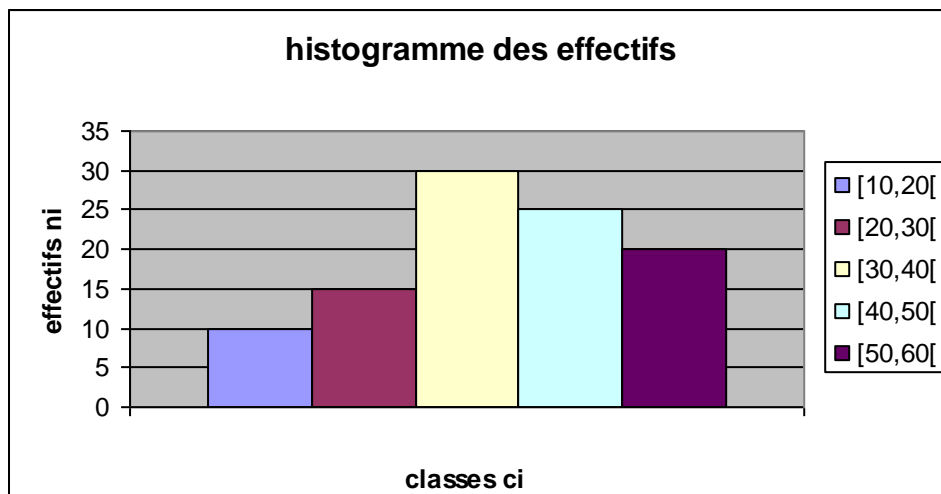
x_i	n_i	f_i	N_i	F_i	$f_i x_i$	$f_i (x_i)^2$

- 3) Calculer : i) la moyenne \bar{x} **(0.5 pt)** ; ii) l'écart type σ_X . (1.5 pt)
- 4) Tracer le diagramme en bâtons de f_i (0.5 pt)
- 5) Déterminer la fonction de répartition F_X (1 pt)
- 6) Tracer la courbe cumulative des fréquences de X. (0.5 pt)
- 7) Calculer et interpréter : **a) $F_X(3,65)$ (0.5 pt + 0.5 pt)** ; **b) $1 - F_X(5)$ (0.5 pt + 0.5 pt)**

NB :

- 1) Justifier et argumenter vos réponses**
2) Faites vos calculs à 10^{-3} près.

valle.



1) Compléter le tableau suivant :

Classes C_i	c_i (centre de la classe C_i)	f_i	N_i	F_i	$f_i c_i$

Dresser le tableau des f_i , F_i , N_i , $f_i x_i$ et $f_i (x_i)^2$.

2°) Déterminer le mode de X à partir du diagramme en bâtons de fréquences partielles de

3°) Tracer la courbe cumulative des fréquences de X.

4°) Calculer et interpréter $F(2,7)$ et $1-F(5)$

5°) Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de X.

Exercice 5 (Facultatif)

Une enquête auprès de la gendarmerie nationale concernant le nombre d'accidents mortels par jour pendant les 100 premiers jours de l'année 2008 entre une ville A et une ville B. Les données de cette enquête sont :

1 1 2 4 0 2 3 2 2 3 1 4 1 2 5 2 2 3 2 5 0 4 1 4 2 2 4 1 2 3 1 2 5 0 1 3 2 0 4 1 1 2 2 3 4 2 5 2 1 3 3 1
 2 4 1 1 3 2 4 1 3 1 4 2 5 2 3 4 2 5 0 4 1 3 2 2 4 2 3 5 0 2 3 0 2 5 1 2 3 0 2 3 5 1 5 2 4 2 2 3

- a) Déterminer l'ensemble de population Ω , l'individu ω et C l'ensemble des modalités de cette étude statistique.
 b) On note X la variable statistique discrète (ou caractère discret) égale aux nombres d'accidents par jour
 Compléter le tableau suivant :

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i	$f_i x_i$

- 1°) Tracer le diagramme en bâtons de fréquences partielles du caractère X .
 2°) Trouver le pourcentage des jours dont le nombre d'accidents mortelles est \leq à 3,5.

II°) Variables statistiques continues

Exercice 6

Le caractère continu Y représente la durée d'une communication téléphonique (en mn).
 Le tableau suivant donne les valeurs de Y réparties par classes et par effectifs partiels :

Classe C_i	[0 10[[10 20[[20 30[[30 40[
n_i	21	30	35	10

- 1°) Tracer l'histogramme de effectifs partiels n_i .
 2°) Calculer le mode de Y .
 3°) Donner l'expression de la fonction de répartition de Y dans la classe $C_3 = [20, 30[$
 4°) Déterminer la classe de la médiane et calculer la médiane du caractère Y .
 5°) Calculer le pourcentage des communications dont la durée est dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$.

Exercice 7

Le caractère X représente le poids d'un sportif. Le tableau suivant donne les valeurs de X réparties par classes et par effectifs partiels :

Classe C_i	[70 74[[74 78[[78 82[[82 86[[86 90[[90 94[
n_i	4	8	18	12	6	2

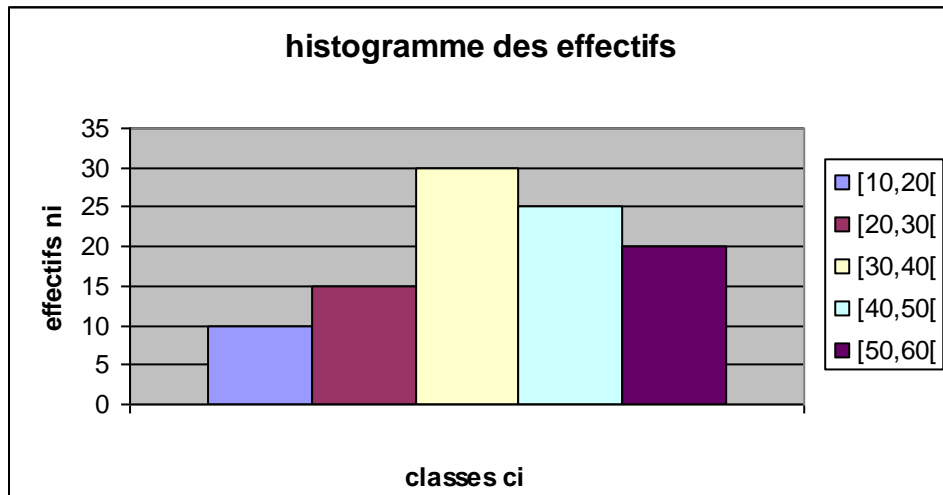
- 1°) Compléter le tableau suivant :

Classe C_i	c_i centre de classe	n_i	N_i	f_i	F_i	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$

- 2°) Tracer l'histogramme de fréquences partielles.
 3°) Calculer le mode M_0 et la moyenne du caractère X .
 4°) Calculer $\text{Var}(X)$ et l'écart type σ .
 5°) Tracer la courbe cumulative de fréquences de X .
 6°) Déterminer l'intervalle $[Q_2, Q_3]$ et donner son interprétation.
 7°) Calculer le pourcentage des sportifs qui ont un poids dans l'intervalle $[79,34, 82,02]$

Exercice 8

Tracer l'histogramme de effectifs partiels n_i .



A partir de l'histogramme des n_i d'un caractère X , calculer : le mode, la moyenne et l'écart type.

- Corrigé du contrôle continu - Statistique

Exercice 1. Questions de cours (6 pts)

① $X: \Omega \rightarrow \{x_1, \dots, x_n\}$ ($x_1 < x_2 < \dots < x_n$)

1) On note $N = \text{effectif total} = \text{Card } \Omega$, et $n_i =$ le nombre d'individus ω dont la valeur de X est égale à x_i d'où la définition de f_i
 $f_i := \frac{n_i}{N}$: pourcentage des ω dont la valeur de X est égale à x_i (0,5 pt)

2) $F_X(x_i) = F_i$ (1 pt)
 interprétation : $F_i =$ pourcentage des ω dont la valeur de X est inférieure ou égale à x_i (1 pt)

② (a) l'étendue $e = x_{\max} - x_{\min} = 171 - 140 = 31$ (0,5 pt)

(b) D'après YULE $m \approx 2,5 \sqrt{N} \approx 6,64$ (0,5 pt)
 soit $h =$ longueur d'une classe : h vérifie $h \cdot m > e$ (0,5 pt)
 d'où $h > \frac{e}{m} = \frac{31}{7} \approx 4,42$ on prend $\underline{h = 4,5}$ (0,5 pt)

Ainsi les classes de même longueur sont :
 $C_1 = [140; 144[$; $C_2 = [144; 149[$; $C_3 = [149; 153[$;

1/4

$$C_4 = [153,5 ; 158[; C_5 = [158 ; 162,5[; C_6 = [162,5 ; 167[$$

$$C_7 = [167 ; 171,5[.$$

Exercice 2 (5,5 pts)

1) $\Omega =$ ensemble des jours (0,15 pt) ; $w = 1$ jour (0,15 pt)

$$C = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad (0,15 \text{ pt})$$

2) a) Comme la modalité 4 se répète plus que les autres (0,15 pt)
Alors $M_0(\text{Mode}) = 4$ (0,15 pt)

b) $\bar{x} = \frac{4 + 0 + 4 + \dots + 3}{15} \Rightarrow \bar{x} = 3$ (0,15 pt)

c) $\text{Var}(x) = \frac{4^2 + 0^2 + \dots + 3^2}{15} - (\bar{x})^2$ (0,15 pt)
 $\Rightarrow \text{Var}(x) = 1,7333$ (0,15 pt)

d) on range d'abord les modalités par ordre croissant :

0: 1, 2: 2, 2, 3: 3, 3, 3, 4: 4, 4, 4, 4, 4, 5

Comme $N = 15$ (impair, $15 = 2 \times 7 + 1$). Alors

la Médiane Me est la $(7+1)^{e^{me}}$ valeur

Ainsi $Me = 3$ ($8^{e^{me}}$ valeur) (0,15 pt)

Exercice 3 (8,5 pts)

1) 142 := nombre de familles ayant 4 enfants (0,15 pt)

2/4

Tableau :
 ou note $N = \text{effectif total}$. $N = \sum n_i = 794$ (0,15 pt)
 (1,5 pt)

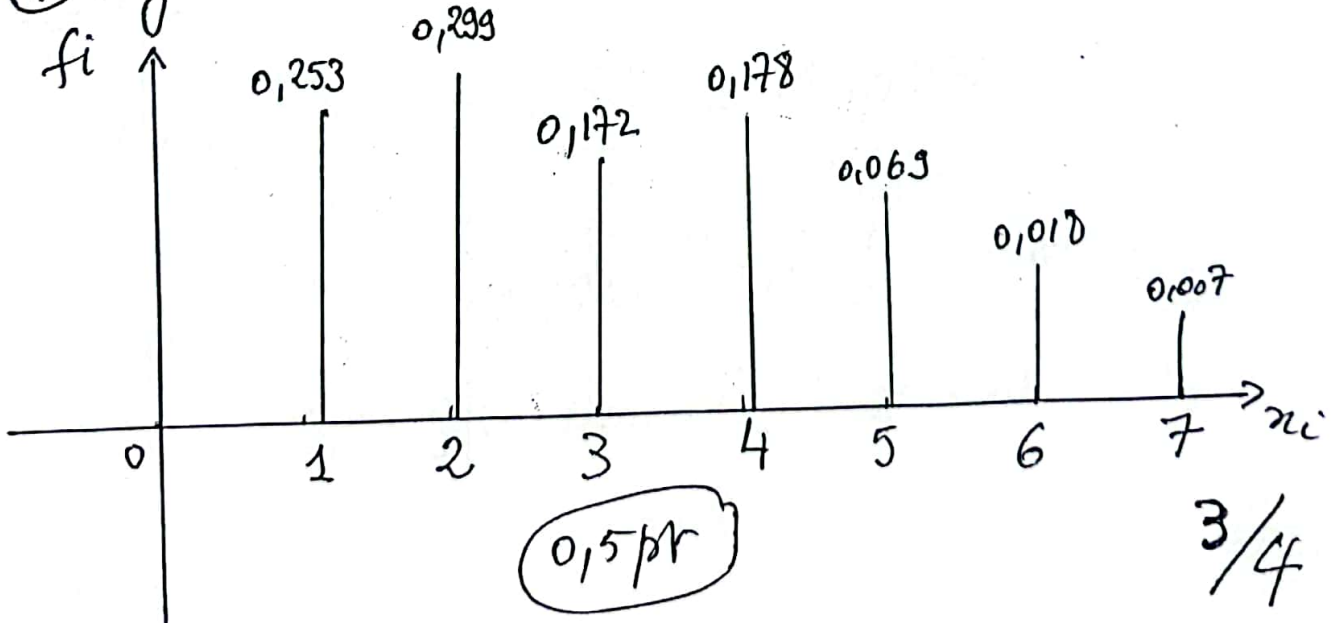
x_i	n_i	f_i	N_i	F_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
1	201	0,253	201	0,253	201	201
2	238	0,299	439	0,552	476	952
3	137	0,172	576	0,725	411	1233
4	142	0,178	718	0,904	568	2272
5	55	0,069	773	0,973	275	1375
6	15	0,018	788	0,992	90	540
7	6	0,007	794	1,000	42	294

3) a) $\bar{x} = \frac{1}{794} \sum n_i x_i = \frac{2063}{794} = 2,598$ (0,15 pt)
 $\sum n_i x_i = 2063$ $\sum n_i x_i^2 = 6867$

b) $\text{Var}(X) = \frac{1}{794} \sum n_i x_i^2 - (\bar{x})^2 = \frac{6867}{794} - (2,598)^2 = 1,899$ (0,15 pt)

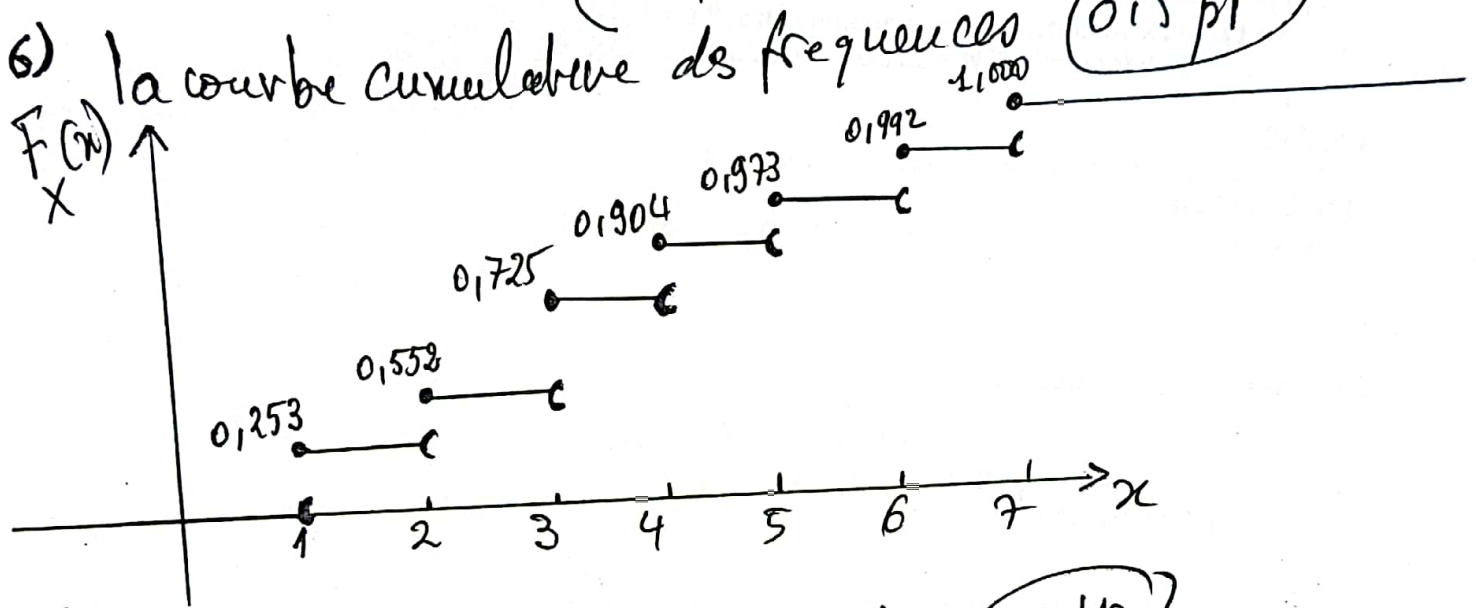
$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{1,899} = 1,377$ (0,15 pt)

4) Diagramme en bâtons des f_i



metri de repartitii (1 pt)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ 0,253 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 0,552 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0,725 & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ 0,904 & \text{si } 4 \leq x < 5 \\ 0,973 & \text{si } 5 \leq x < 6 \\ 0,992 & \text{si } 6 \leq x < 7 \\ 1,000 & \text{si } x \geq 7 \end{cases}$$



7) a) $F_X(3,65) = 0,725$ ($3 \leq 3,65 < 4$) (0,15 pt)
 Interpretati: el ga 72,5% de familie qui ont un nombre d'enfants inferior egal (\leq) a 3,65 (0,15 pt)

b) $1 - F_X(5) = 1 - 0,973 = 0,027$ (0,15 pt)
 Interpretati: el ga 2,7% de familie dont le nombre d'enfants est strictement superieur ($>$) a 5. (0,15 pt)

4/4

Contrôle Continu -Statistique descriptive- (Jeudi 24 Mars 2022)

Exercice 1 (Questions de cours) (6 pts)

- I) Soit X, un caractère discret : $X : \Omega \rightarrow \{x_1, \dots, x_n\}$. (avec $x_1 < x_2 < \dots < x_n$)
- 1) donner la définition de f_i , fréquence partielle de la modalité x_i . (1 pt)
 - 2) Donner et interpréter la valeur de $F_X(x_i)$, où F_X est la fonction de répartition de X. (1 pt + 1 pt)
- II) Soit Y un caractère continu définie sur une population Ω . On note N l'effectif total. $N = 50$, $x_{min} = 140$ et $x_{Max} = 171$.
- a) Calculer l'étendue e du caractère X. (0.5 pt)
 - b) En utilisant la méthode de YULE, Déterminer le nombre (m) de classes et calculer h la longueur d'une classe (0.5 pt + 1 pt)
 - c) Déterminer les classes de valeurs (de même longueur h) du caractère Y. (1 pt)

Exercice 2 (5,5 pts)

Le médecin de la Faculté des sciences a relevé le nombre X d'étudiants qui se sont présentés par jour à son service pendant une période de 15 jours.

Les valeurs prises par X sont données par la série statistique suivante:

4, 0, 4, 1, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 4, 2, 3.

- 1) Déterminer la population Ω , l'individu ω et C l'ensemble des modalités (0.5 pt + 0.5 pt + 0.5 pt)
- 2) Calculer directement à partir de la série statistique :
 - a) Le mode M_o (1 pt)
 - b) la moyenne \bar{x} (1 pt)
 - c) La variance $Var(X)$ (1 pt)
 - d) la médiane M_e (1 pt)

Exercice 3(8.5 pts)

Soit X le caractère discret égal au nombre d'enfants par famille d'un quartier de la ville de Tlemcen. Les valeurs prises par X avec leurs effectifs partiels respectifs sont données par :

x_i	1	2	3	4	5	6	7
n_i	201	238	137	142	55	15	6

- 1) Interpréter le nombre 142 (0.5pt)
- 2) Dresser le tableau suivant : (2 pts)

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i	$f_i n_i$	$f_i (n_i)^2$

- 3) Calculer : i) la moyenne \bar{x} (0.5 pt) ; ii) l'écart type σ_x . (1.5 pt)
- 4) Tracer le diagramme en bâtons de f_i (0.5 pt)
- 5) Déterminer la fonction de répartition F_X (1 pt)
- 6) Tracer la courbe cumulative des fréquences de X. (0.5 pt)
- 7) Calculer et interpréter : a) $F_X(3,65)$ (0.5 pt + 0.5 pt) ; b) $1 - F_X(5)$ (0.5 pt + 0.5 pt)

NB :

- 1) Justifier et argumenter vos réponses
- 2) Faites vos calculs à 10^{-3} près.