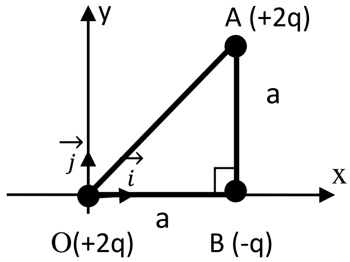
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2020/2021
Durée : 01 h 30min
1ère Année LMD-MI

Examen de rattrapage d'électricité

Exercice 1: (05pts)

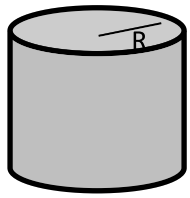
Trois charges ponctuelles $\mathbf{q_A=+2q}$, $\mathbf{q_B=-q}$ et $\mathbf{q_O=+2q}$ sont placées, respectivement aux sommets d'un triangle(OAB) rectangle et isocèle (AB= OB= a).



1- Calculer le champ électrique $\overrightarrow{E_O}$ au point O.
2- Déduire la force électrostatique $\overrightarrow{F_O}$ appliquée sur une charge $\mathbf{q_O}$ placée au point O.
3- Calculer le potentiel électrostatique V_O au point O

Exercice 2 : (0 4 pts)

Un cylindre de hauteur infinie et de rayon R est chargé en volume avec une densité de charge volumique ρ constante.



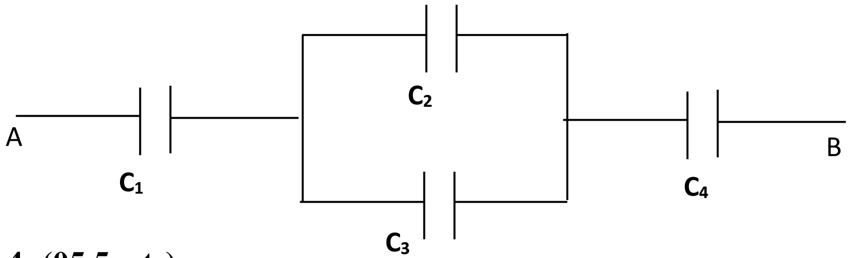
1- Calculer, en tout point de l'espace, le champ électrostatique E(r)
2- Trouver le potentiel électrostatique à l'intérieure du cylindre.

Exercice 3: (05,5 pts)

On dispose de quatre condensateurs C_1, C_2, C_3, C_4 de mèmes caractéristiques géométriques, disposés comme le montre la figure ci dessous.

1- Calculer la différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur lorsque la tension entre A et B est de 16 V.
2- Trouver la charge portée par chaque condensateur.
3- Déterminer la capacité équivalente .
4- Quelle est l'énergie stockée dans le condensateur C_1.

On donne : C_1 =2 µF, C_2 = 3 µF, C_3=7 µF et C_4=5 µF.

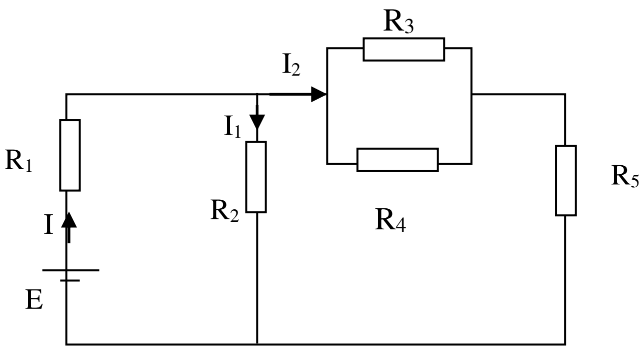


Exercice 4: (05,5 pts)

On considère le circuit suivant.

1- Calculer la valeur de l'intensité du courant I en utilisant les deux lois de Kirchhoff.
2- Retrouver la valeur de I, en utilisant la résistance équivalente R_{eq} du circuit
3- Calculer la puissance dissipée dans la résistance R_2 par effet joule
4- Trouver les courants passants dans les résistances R_3 et R_4

avec : R_1=2Ω, R_2=20Ω, R_3=12Ω, R_4=6Ω, R_5=16Ω et E=24 V



Bon courage

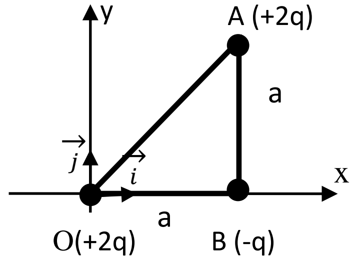
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2020/2021
Durée : 01 h 30min
1ère Année LMD-MI

Examen de rattrapage d'électricité

Exercice 1: (05pts)

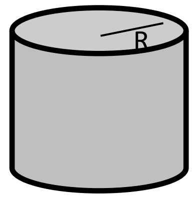
Trois charges ponctuelles $\mathbf{q_A=+2q}$, $\mathbf{q_B=-q}$ et $\mathbf{q_O=+2q}$ sont placées, respectivement aux sommets d'un triangle(OAB)) rectangle et isocèle (AB= OB= a).



1- Calculer le champ électrique $\overrightarrow{E_O}$ au point O.
2- Déduire la force électrostatique $\overrightarrow{F_O}$ appliquée sur une charge $\mathbf{q_O}$ placée au point O.
3- Calculer le potentiel électrostatique V_O au point O

Exercice 2 : (04 pts)

Un cylindre de hauteur infinie et de rayon R est chargé en volume avec une densité de charge volumique ρ constante.



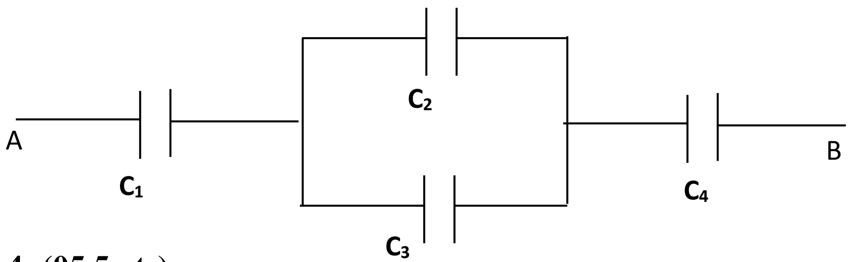
- Calculer, en tout point de l'espace, le champ électrostatique E(r)
- Trouver le potentiel électrostatique à l'intérieure du cylindre.

Exercice 3: (05,5 pts)

On dispose de quatre condensateurs C_1, C_2, C_3, C_4 de même caractéristiques géométriques, disposés comme le montre la figure.

1- Calculer la différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur lorsque la tension entre A et B est de 16 V.
2- Trouver la charge portée par chaque condensateur.
3- Déterminer la capacité équivalente .
4- Quelle est l'énergie stockée dans le condensateur C_1.

On donne : C_1 =2 µF, C_2 = 3 µF, C_3=7 µF et C_4=5 µF.

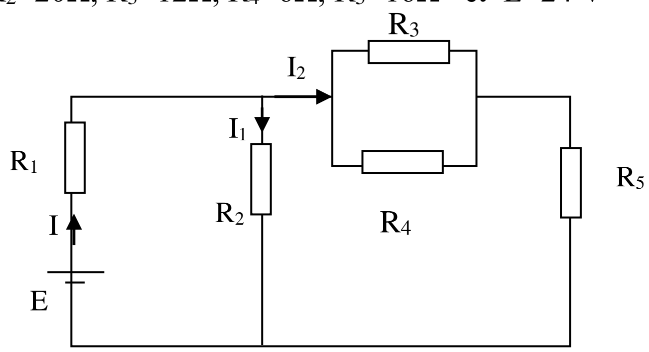


Exercice 4: (05,5 pts)

On considère le circuit suivant.

1- Calculer la valeur de l'intensité du courant I en utilisant les deux lois de Kirchhoff.
2- Retrouver la valeur de I, en utilisant la résistance équivalente R_{eq} du circuit
3- Trouver les courants passants dans les résistances R_3 et R_4
4- Calculer la puissance dissipée dans la résistance R_2 par effet joule

avec : R_1=2Ω, R_2=20Ω, R_3=12Ω, R_4=6Ω, R_5=16Ω et E=24 V

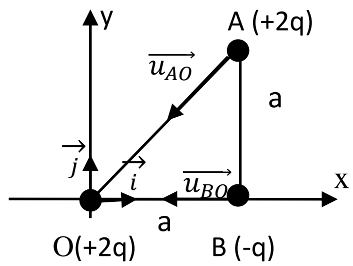


Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2020/2021
Durée : 01 h 30min
$1^{ère}$ Année LMD-MI

Corrigé de l'Examen de rattrapage d'électricité

Exercice 1: (05pts)



1- Le champ électrique au point O (02 pts)

$\overrightarrow{E_O} = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B}$ (01 pts)

$\overrightarrow{E_A} = k\frac{q_A}{AO^2}\overrightarrow{u_{AO}}, \quad \overrightarrow{E_B} = k\frac{q_B}{BO^2}\overrightarrow{u_{BO}}$ (0,5 pts)

$OB^2=a^2$, $OA^2=OB^2+BA^2=2a^2$ (0,5 pts)

$\overrightarrow{u_{BO}} = -\vec{\imath}; \ \overrightarrow{u_{AO}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}$ (0,5 pts)

$$\overrightarrow{E_A} = k\frac{2q}{2a^2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right), \qquad \overrightarrow{E_B} = k\frac{(-q)}{a^2}\overrightarrow{(-\imath)}$$

$$\overrightarrow{E_O} = k\frac{2q}{2a^2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right) + k\frac{(-q)}{a^2}\overrightarrow{(-\imath)}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{E_O} = k\frac{q}{a^2}\left(\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right)$ (0,5 pts)

2- La force électrostatique au point O (01 pts)

$\overrightarrow{F_O} = q_O\,\overrightarrow{E_O}$ (0,5 pts) $= 2q.k\frac{q}{a^2}\left(\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{F_O} = k\frac{q^2}{a^2}\left((2-\sqrt{2})\vec{\imath} - \sqrt{2}\vec{\jmath}\right)$ (0,5 pts)

3- Le potentiel électrique au point O (01 pts)

$V_O = V_A + V_B$ (0,5 pts)

$$V_A = k\frac{q_A}{OA}\ ; \quad V_B = k\frac{q_B}{OB}$$

$OA=a\sqrt{2}$, $OB=a$

$$V_A = k\frac{2q}{a\sqrt{2}}\ ; \quad V_B = k\frac{-q}{a}$$

$$V_O = k\frac{2q}{a\sqrt{2}} - k\frac{q}{a}$$

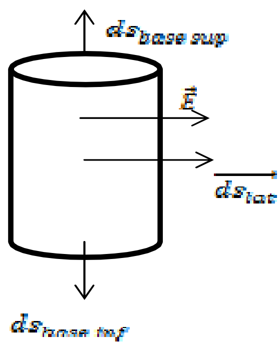
$$\Rightarrow V_O = \frac{kq}{a}\left(\frac{2}{\sqrt{2}} - 1\right)$$

$\Rightarrow V_O = \frac{kq}{a}(\sqrt{2}-1)$ (0,5 pts)

Exercice 2: (04 pts)

On considère comme surface de gauss un cylindre de rayon **r** et de hauteur **h**. A cause e la symétrie, le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss. (0,5 pts)

D'après le Théorème de Gauss : $\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$ (0,25 pts)



$$\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = 2\iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{\ base}} + \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}}$$

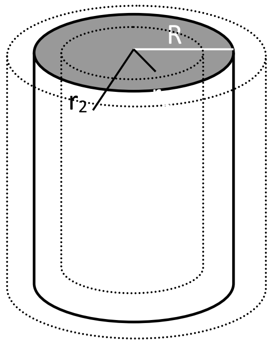
$\vec{E} \perp \overrightarrow{ds_{\ base}} \Longrightarrow \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = 0$

$\vec{E} \parallel \overrightarrow{ds_{lat}}$ Donc : $\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = \iint E.ds_{lat} = E.\int ds_{lat} = E.S_{lat}$

$\Rightarrow \emptyset = \boldsymbol{E2\pi rh} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$ (0,25 pts)

1- Le champ électrique (2 pts)

Pour : $r < R$



$Q_{int} = \iiint \rho dv = \rho \int_0^r 2\pi hrdr = \rho\pi hr^2 \Rightarrow E2\pi rh = \frac{\rho\pi hr^2}{\varepsilon_0}$ (0,5 pts)

$\Longrightarrow \boldsymbol{E_1} = \frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}}\boldsymbol{r}$ (0,5 pts)

Pour : $r \geq R$

$Q_{int} = \iiint \rho dv = \rho \int_0^R 2\pi hrdr = \rho\pi hR^2 \Rightarrow E2\pi rh = \frac{\rho\pi hR^2}{\varepsilon_0}$ (0,5 pts)

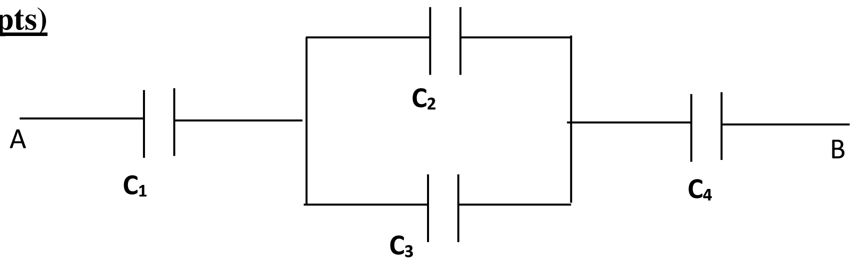
$\Longrightarrow \boldsymbol{E_2} = \frac{\boldsymbol{\rho R^2}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}}\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r}}$ (0,5 pts)

2- Le potentiel : (01 pts)

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V \; avec \; E = E(r) \Longrightarrow E = -\frac{dV}{dr} \, donc \; V = -\int E.dr$ (0,5 pts)

A l'intérieure du cylindre $V_1 = -\int E_1.dr \Longrightarrow V_1 = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\int rdr = -\frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{4\varepsilon_0}}\boldsymbol{r^2} + \boldsymbol{C_1}$ (0,5 pts)

Exercice 3: (05,5 pts)



1- La différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur (avec u_{AB}=16V, C_1 =2 µF, C_2 = 3 µF, C_3=7 µF et C_4=5 µF). (02 pts)

$Q_{C_1} = Q_{C_{23}} = Q_{C_4} \Rightarrow C_1 x U_{C1} = C_{23} x U_{C23} = C_4 x U_{C4}$ (0,5 pts)

$C_{23} = C_2 + C_3 = 3 + 7 = 10$µF (0,5 pts)

$$\begin{cases} 2\,U_{C1} = 10\,U_{C23} = 5\,U_{C4} \\ U_{C1} + U_{C23} + U_{C4} = U = 16 \end{cases} \text{(0,5 pts)} \Rightarrow \begin{cases} 2\,U_{C1} = 10\,U_{C23} \\ 10\,U_{C23} = 5\,U_{C4} \\ 5U_{C23} + U_{C23} + 2U_{C23} = 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{C1} = 5U_{C23} \\ U_{C4} = 2U_{C23} \\ 5U_{C23} + U_{C23} + 2U_{C23} = 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8U_{C23} = 16\,Volt \;\Rightarrow U_{C23} = 2\,Volt \\ U_{C1} = 5U_{C23} = 10\,Volt \\ U_{C4} = 2U_{C23} = 4\,Volt \end{cases} \text{(0,5 pts)}$$

2- La charge portée par chaque condensateur. <u>(02 pts)</u>

$Q_{C1} = C_1 x\, U_{C1} = 2x\, 10 = 20$ µC (0,5 pts)

$Q_{C2} = C_2 x\, U_{C23} = 3x\, 2 = 6$ µC (0,5 pts)

$Q_{C3} = C_3 x\, U_{C23} = 7x\, 2 = 14$ µC (0,5 pts) ou $Q_{C1} = Q_{C23} = Q_{C2} + Q_{C3}$

$\Rightarrow Q_{C3} = Q_{C23} - Q_{C2} = 14$ µC

$Q_{C4} = C_4 x\, U_{C4} = 5x\, 4 = 20$ µC $= Q_{C1}$ (0,5 pts)

3- La capacité équivalente <u>(01 pts)</u>

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 3 + 7 = 10\mu\text{F}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{8}{10} \Rightarrow C_{eq} = \frac{10}{8} \text{(0,5 pts)}$$

$\Rightarrow C_{eq} = \frac{10}{8} = 1{,}25$ µF(0,5 pts)

4- L'énergie stockée dans le condensateur C_1 <u>(0,5 pts)</u>

$E_{C1} = \frac{1}{2} C_1 U_{C1}^2 = \frac{1}{2} 2\,(10)^2 = 100\ \mu j$ (0,5 pts)

<u>Exercice 4: (05, 5 pts)</u>

1- L'intensité du courant I en utilisant les lois de Kirchoff <u>(2 pts)</u>

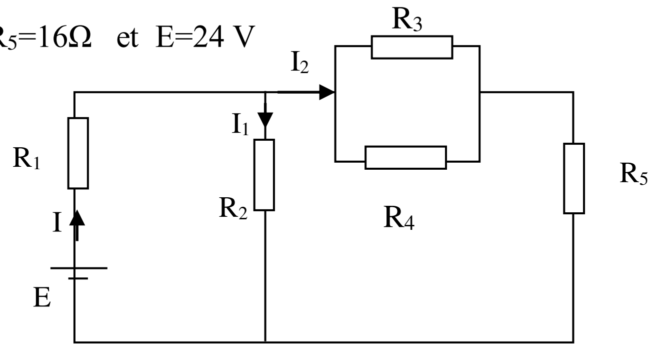
avec : $R_1=2\Omega$, $R_2=20\Omega$, $R_3=12\Omega$, $R_4=6\Omega$, $R_5=16\Omega$ et E=24 V

loi des nœuds : $I=I_1+I_2$ (0.5pts)

Loi des mailles:

$E-R_1I-R_2I_1=0$ (0.25pts)

$R_2I_1-R_{34}I_2-R_5I_2=0$ (0.25pts)



$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \Rightarrow R_{45} = 4\Omega \text{ (0.25pts)}$$

$$\begin{cases} 24 - 2(I_1 + I_2) - 20\, I_1 = 0 \\ 20I_1 - 16I_2 - 4I_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12 - 2I_2 - 22I_1 = 0 \\ 20I_1 - 20I_2 = 0 \end{cases}$$

$I_2=I_1$ donc $24-24I_2=0$ alors $I_2=I_1=1$ A(0.5pts) et I=2A (0.5pts)

2- Le courant I en utilisant la résistance équivalente <u>(2 pts)</u>

$R_{345}=16+4=20\ \Omega$(0.25pts) , $\frac{1}{R_{2345}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{345}}$ (0.25pts) $= \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{20} \Rightarrow R_{2345} = 10\ \Omega$ (0.25pts)

$R_{eq}=R_1+R_{2345}$(0.25pts)=2+10=12 Ω avec $E-R_{eq}I_1=0$ (0.5pts) donc $I_1=\frac{E}{R_{eq}}=\frac{24}{12}=2A$ (0.5pts)

3- La puissance dissipée dans la résistance R_2 par effet joule (0,5 pts)
$P_2=R_2(I_1)^2=U_2 x I_1$ (0.25pts)=20x 1=20 W (0.25pts)

4- Les courants circulants dans les résistances R_3 et R_4(1 pts)

$U_{34}=R_{34}I_2=4x1=4V$ (0.25pts)avec $U_{34}=U_3=U_4 \Rightarrow U_{34}=R_3I_2^{'}=R_4I_2^{''}$ (0.25pts)

donc $I_2^{'}=\frac{U_{34}}{R_3}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}A$ (0.25pts) et $I_2^{''}=\frac{U_{34}}{R_4}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}A$(0.25pts)