Chapitre V: Dynamique du point matériel

1. Introduction :

La dynamique en physique est la science qui étudie la relation entre le corps en mouvement et les causes qui provoquent ce mouvement. Elle prédit aussi le mouvement du corps situé dans un milieu déterminé. La dynamique, plus précisément, est l'analyse de la relation entre la force appliquée et les changements du mouvement du corps.

2. La quantité de mouvement

La quantité de mouvement d'une particule est le produit de sa masse par son vecteur vitesse instantanée.

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

Une particule libre se déplace toujours avec une quantité de mouvement constante.

3. Dynamique du point matériel

Les expériences ont prouvé que la quantité de mouvement d'un système composé de deux particules, soumises à leurs seules influences mutuelles, reste constante.

« Dans un système isolé de deux particules, la variation de la quantité de mouvement d'une particule au cours d'un certain temps est égale et de sens opposé à la variation de la quantité de mouvement de l'autre particule au cours du même temps ».

4. Les autres lois de Newton

4.1 Principe d'inertie Galiléen (ou première loi de Newton):

Si le corps matériel n'est soumis à aucune force, il est :

- soit en mouvement rectiligne uniforme,
- soit au repos, s'il était initialement au repos.

Pour une particule le principe d'inertie s'énonce ainsi : **«** Une particule libre et isolée se déplace en mouvement rectiligne avec une vitesse constante».

4.2 Deuxième loi de Newton :

« La dérivée de la quantité de mouvement s'appelle force **»**

Cela veut dire que la résultante des forces appliquées à la particule est :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Cette équation s'appelle « équation du mouvement »

$$\vec{F} = \frac{dm\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

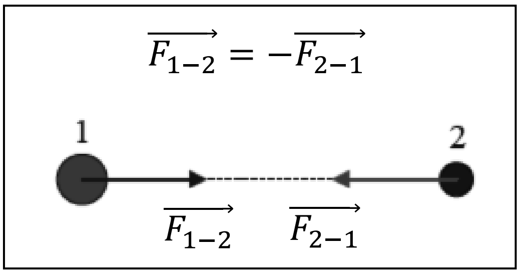
Donc $\vec{F} = m\vec{a}$

Car la masse m du mobile est constante (ce qui est fréquent en mécanique newtonienne)

4.3 Troisième loi de Newton ou principe de l'action et de la réaction :

« lorsque deux particules sont en influence mutuelle, la force appliquée par la première particule sur la deuxième est égale et de signe contraire à la force appliquée par la deuxième particule sur la première ».

C'est ce que montre la figure suivante et qui nous permet d'écrire :



$$\left|\overrightarrow{F_{1-2}}\right| = \left|\overrightarrow{F_{2-1}}\right|$$

Figure 1 Action et réaction

6. Notion de force et loi de force

La définition de la force par l'équation $\vec{F} = m\vec{a}$ nous permet d'exprimer la force correspondante à l'effet étudié en fonction des facteurs physiques telles que la distance, la masse, la charge électrique des corps….Nous arriverons en fin de compte à dégager « la loi deforce ».

Cette« la loi de force » montre clairement l'expression de la force (la résultante) appliquée à un point matériel dans une situation bien définie.

7. Force de pesanteur

7. Forces de liaison ou forces de contact

Il s'agit des forces agissant mutuellement entre les corps en contact.

La figure suivante représente un corps solide posé sur une table. Le corps est en équilibre sur cette table, c'est à dire que l'accélération est nulle ($\vec{a} = \vec{0}$)

Face à la force $\vec{F}$, représentant la résultante de toutes les interactions des molécules constituant le corps, et appliquée à la table, cette dernière à son tour applique la force $\vec{F}'$qui est la résultante de toutes les interactions des molécules constituant la surface de la table qui est en contact avec le corps. Les deux forces $\vec{F}$ et $\vec{F}'$sont appelées forces de contact ou de liaison à cause du contact des deux corps entre eux.

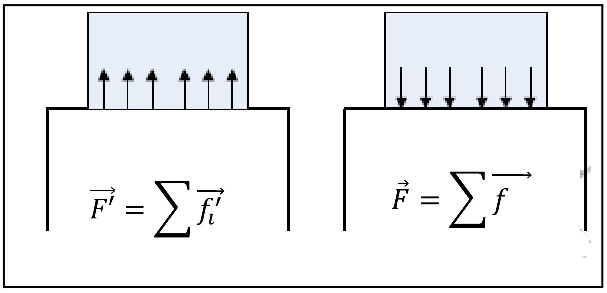


Figure 2 Forces de contact

8 Forces de frottement

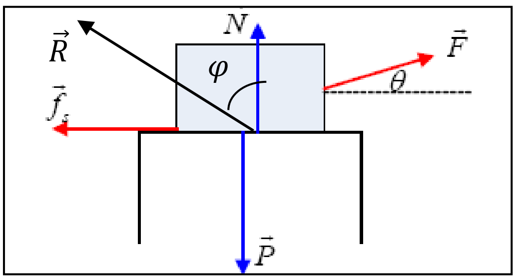
Chaque fois qu'il y a contact entre deux surfaces rugueuses de deux corps solides, une résistance apparaît alors et s'oppose au mouvement relatif des deux corps. Les frottements entre les corps solides peuvent être statiques et dynamiques.

8.1 Force de frottement statique

La force de frottement statique est la force qui maintient le corps en état de repos même en présence d'une force extérieure.

_ Cas d'un corps posé sur un plan horizontal :

Considérons le corps de la figure 3. Il est soumis à quatre forces. Soit f_s La force de frottement statique. $\vec{P}$ et $\vec{N}$ sont respectivement le poids et la force de réaction. Pour que le corps posé sur la table se mette en mouvement il faut lui appliquer une force minimale $\vec{F}$



La masse reste immobile tant que F<f, il y a une résistance au mouvement

Dans ce cas $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$

A l'équilibre$\vec{R} + \vec{N} + \vec{f} = \vec{0}$

En faisant la projection sur les deux axes Ox et Oy

P=N (sur Oy) et F=f (sur Ox)

La masse commence son mouvement lorsque F>f

Par expérience, on remarque que le rapport (f/N) est constant

$$tg\varphi = \frac{f}{N} = k = \mu$$

μ: est le coefficient de frottement et φ l'angle de frottement

9 Les forces élastiques

Les forces élastiques provoquent des mouvements périodiques. Le plus courant est le mouvement sinusoïdal.(comme le cas du ressort)

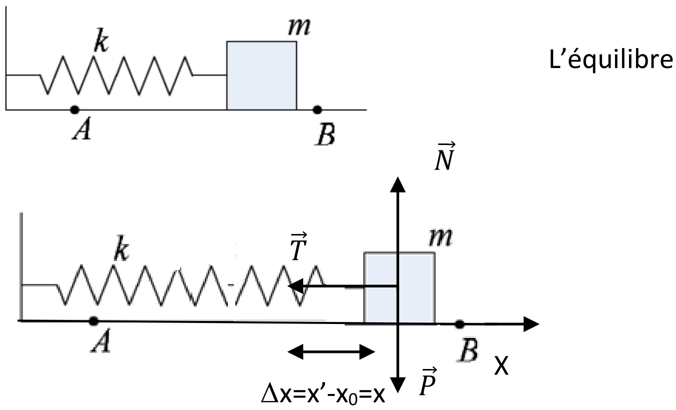


Figure 4 force élastique : tension du ressort

$\sum\vec{F} = m\vec{a}$

Par projection sur Ox

T= -kx =ma

Avec k constante de raideur du ressort

TD n° 5 de Mécanique

Dynamique du point matériel

Exercice 1

Un bloc de masse m remonte le long d'un plan incliné d'un angle α, par rapport à l'horizontale, avec une vitesse initiale v_0, et un coefficient de frottement f_d.

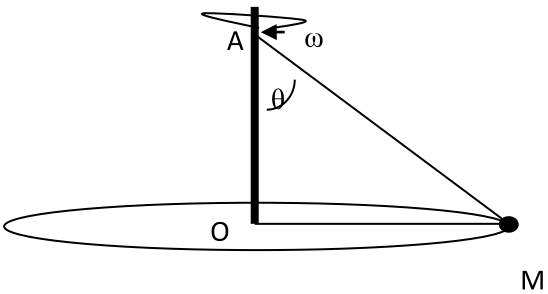
1. Déterminer jusqu'à quelle distance le bloc se déplace avant de s'arrêter.
2. Quelle est la valeur maximale que peut prendre le coefficient de frottement statique f_s pour que le corps puisse redescendre.
3. Pour une valeur du coefficient de frottement statique f_s inférieure à la valeur maximale trouvée dans la deuxième question, quelle est la vitesse v_1 du corps lorsqu'il revient à sa position de départ.

Exercice 2

Une balle de masse m est attachée par deux fils (Am et Om) à un poteau vertical. Tout le système tourne avec une vitesse angulaire ω constante autour de l'axe du poteau

(on connait g l'accélération de la pesanteur, θ et $L = |\overrightarrow{OM}|$)

1. En supposant ω suffisamment grande pour maintenir les deux fils tendus, trouver la force (tension du fil) que chaque fil exerce sur la boule.
2. Quelle best la vitesse angulaire minimum ω_{min} pour laquelle le fil du bas reste tendu.

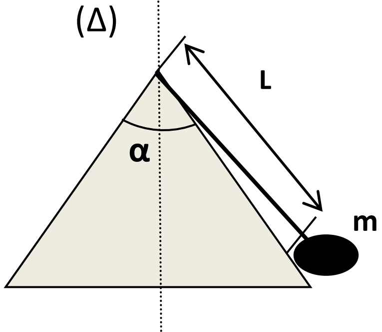


Exercice 3

Un corps de masse (m=1kg) est attaché par un fil de longueur L=30cm au sommet d'un cône, d'axe (Δ) et d'angle au sommet $2\alpha=60°$. Ce corps tourne sans frottement sur la surface du cône avec une vitesse de rotation ω=10 tr/mn.

1- Calculer la vitesse linéaire du corps.

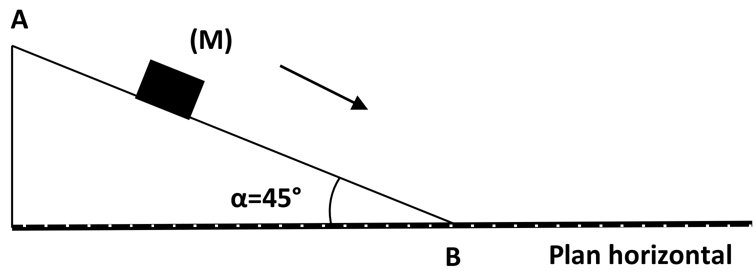
2- En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, déterminer la réaction (R) de la surface du cône sur le corps et la tension du fil (T).



Exercice supplémentaire

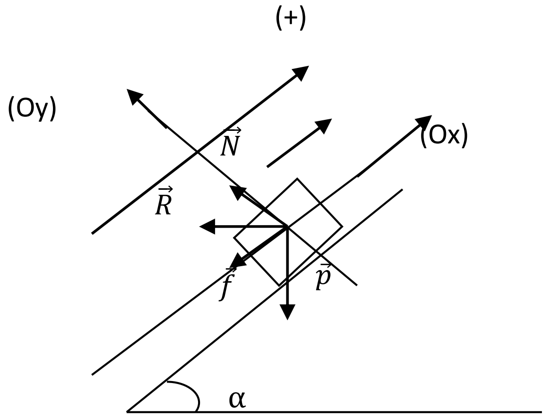
On lance un bloc (M) de masse m, a partir du sommet d'un plan incliné AB=1m d'un angle α=45° par rapport à l'horizontale, avec une vitesse initiale v_A=1m/s.

1- Sachant que le coefficient de frottement μ=0.5 sur AB.
   - Démontrer, quelle est la nature du mouvement sur AB ?
   - Calculer la vitesse de (M) lorsqu'il atteint le point B.
2- On considère que les forces de frottements sont négligeables sur le plan horizontal :
   - Démontrer, quelle est la nature du mouvement sur le plan horizontal ?
   - Le bloc (M) s'arrêtera t'il ? justifier votre réponse ?



CORRIGES DES EXERCICES

EXERCICE 1



A t=0 ,v=v_0 et μ=f_d

1-Cherchons la distance que peut parcourir le bloc avant de s'arrêter

D'après le principe fondamental de la dynamique

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p} + \vec{R} = \vec{p} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$$

La vitesse initiale v_i= v_0 et la vitesse finale v_f=0 (le corps va s'arrêter)

Nous avons $v_f^2 - v_i^2 = 2al$ (l étant la distance parcourue par le corps)

Donc $a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2l}$

Il faut choisir le repère, tel que l'axe (Ox) est suivant l'axe du mouvement, Donc il est parallèle à $\vec{f}$ et (Oy) est perpendiculaire à (Ox) donc parallèle à $\vec{N}$

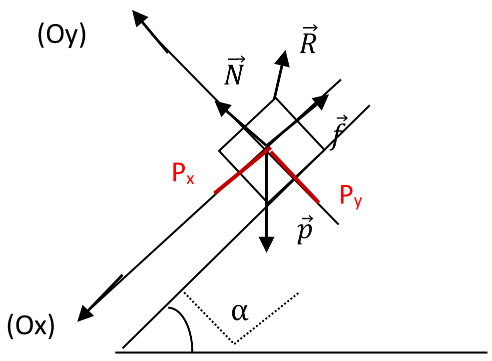
Suivant (Ox) – f- p_x= -f-m g sinα=ma

Suivant (Oy) N-p_y=0⇒N=m g cosα

f_d=tgφ=f/N ⇒f=N tg φ donc f= f_d m g cosα

- f_d m g cosα -m g sinα=ma ⇒ -f_d g cosα - g sinα=$\frac{v_f^2 - v_i^2}{2l}$

Donc $l = \frac{-v_i^2}{2(-f_d\ g\cos\alpha - g\sin\alpha)} = \frac{v_0^2}{2g(f_d\ \cos\alpha + \sin\alpha)}$



2- La valeur maximale que peut prendre le coefficient de frottement statique f_s pour le corps puisse redescendre,

-A l'équilibre

Suivant (Ox) $-f+ p_x=0 \Rightarrow f=m\ g\ \sin\alpha$

Suivant (Oy) $N-p_y=0 \Rightarrow N=m\ g\ \cos\alpha$

Pour que le corps puisse redescendre, il faut que $p_x>f$

$p_x>f \Rightarrow m\ g\ \sin\alpha>N\ f_s$ (*)

avec $f= N\ f_s$ et f_s est le coefficient de frottement statique pour lequel le corps commence son mouvement (avec $f_s=tg\varphi=f/N \Rightarrow f=N\ tg\ \varphi$ donc $f= f_s\ m\ g\ \cos\alpha$)

(*)$\Rightarrow m\ g\ \sin\alpha> m\ g\ \cos\alpha\ f_s$ donc $f_s<tg\ \alpha$

La valeur maximale que peut prendre f_s est $tg\ \alpha$

3-La vitesse v_1 du corps lorsqu'il revient à sa position initiale

$x=l$, $v_i=0$ et on cherche v_f

$v_f^2 - v_i^2 = 2al$ l est la distance parcourue par le corps

Donc $a = \frac{v_f^2-v_i^2}{2l}$

Il faut choisir le repère, tel que l'axe (Ox) est suivant l'axe du mouvement, Donc il est parallèle et suivant p_x et l'axe (Oy) est perpendiculaire à (Ox) donc parallèle à $\vec{N}$

Suivant (Ox) $-f + p_x = -f + m\,g\,\sin\alpha = ma$

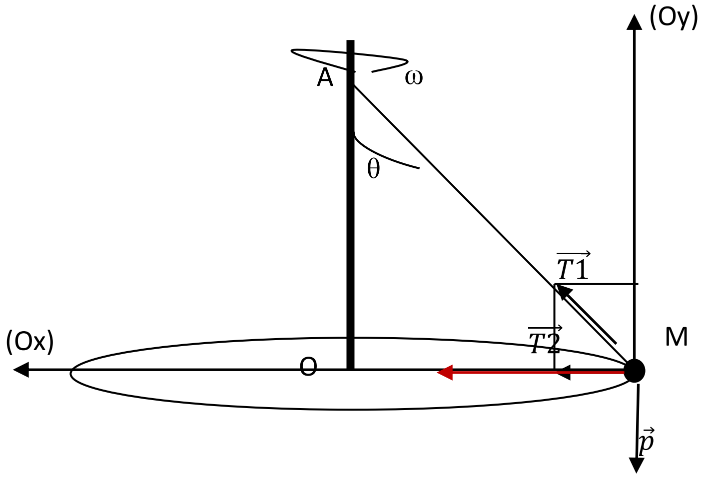
Suivant (Oy) $N - p_y = 0 \Rightarrow N = m\,g\,\cos\alpha$

$f_d = tg\varphi = f/N \Rightarrow f = N\,tg\,\varphi$ donc $f = f_d\,m\,g\,\cos\alpha$

Alors $-f_d\,m\,g\,\cos\alpha + m\,g\,\sin\alpha = ma \Rightarrow -f_d\,g\,\cos\alpha + g\,\sin\alpha = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2l}$

$v_f^2 = 2gl(sin\alpha - f_d\,\cos\alpha)$ (avec l est la meme distance trouvée dans la question 1)

EXERCICE 2



1-Trouvons la force (tension du fil) que chaque fil exerce sur la boule.

D'après le principe fondamental de la dynamique

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p} + \overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{T_2} = m\vec{a}$

Le mouvement de la boule est circulaire donc l'accélération dans ce cas est l'accélération normale a_N qui est dirigé vers le centre du cercle (avec $\underline{a_N}$.=v^2/R)

On choisit le repère tel que

(Ox) est suivant l'accélération normale et il est dirigé vers le centre du cercle

(Oy) est perpendiculaire à (Ox)

Sur (Ox) $T_2 + T_1 \sin\theta = ma_N \Rightarrow T_2 + T_1 \sin\theta = m\frac{v^2}{R}$

Sur (Oy) p- $T_1 \cos\theta=0 \Rightarrow mg= T_1 \cos\theta$

Donc $T_1 = \frac{mg}{cos\theta}$

$$T_2 = m\frac{v^2}{R} - T_1 \sin\theta = m\frac{v^2}{R} - \frac{mg}{cos\theta} \sin\theta$$

Donc $T_2 = m\frac{v^2}{R} - m\, g\, tg\,\theta$

La vitesse angulaire minimum ω_{min} pour laquelle le fil du bas reste tendu

Pour que le fil du bas reste tendu, il faut que $T_2 \geq 0$

$$T_2 = m\frac{v^2}{R} - m\, g\, tg\,\theta \geq 0 \;\Rightarrow \frac{v^2}{R} \geq \; g\, tg\,\theta$$

Avec $v=\omega R \Rightarrow \frac{\omega^2 R^2}{R} \geq \; g\, tg\,\theta$ avec R=OM=L

Donc $\omega^2 L \geq \; g\, tg\,\theta \Rightarrow \omega^2 \geq \frac{g\, tg\,\theta}{L}$

Et $\omega \geq \sqrt{\frac{g\, tg\,\theta}{L}}$ alors $\omega_{min} = \sqrt{\frac{g\, tg\,\theta}{L}}$

EXERCICE 3

1- la vitesse linéaire du corps.

L=30cm , 2α=60°.(α=30°) et ω=10 tr/mn.

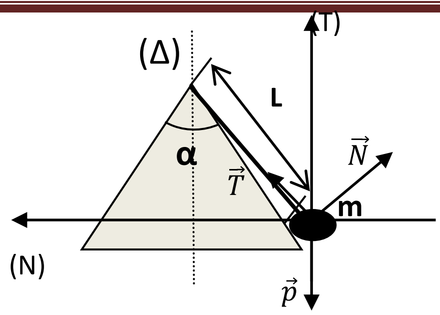
$$\begin{cases} 10x2\pi \longrightarrow 60\ s \\ \omega \longrightarrow 1s \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{10x2\pi}{60} = \frac{\pi}{3} rd/s$$

$v = \omega R$ et $R = l \sin\alpha$

Alors $v = \omega\, l \sin\alpha = \frac{\pi}{3} x0{,}3 x sin\ 30 = 0{,}157 m/s$

Déterminons la réaction (N) de la surface du cône sur le corps et la tension du fil (T).

D’après le principe fondamental de la dynamique



$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p} + \vec{N} + \vec{T} = m\vec{a}$

On choisit un repère tel que (N) est suivant l'accélération normale et dirigé vers le centre du cône et l'axe (T) est perpendiculaire à (N)

sur (N) : $T_N - N_N = m\, a_N$ (*)

sur (T) : $T_T + N_T - p = m\, a_T = 0$ (car $a_T=0$, parce que la vitesse est constante)

$\Rightarrow T\cos\alpha + N\sin\alpha - p = 0$

(*)$\Rightarrow T\sin\alpha - N\cos\alpha = m\frac{v^2}{R} = m\frac{\omega^2R^2}{R}$

Donc $T = \frac{m\omega^2R}{\sin\alpha} + N\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

On le remplace dans la deuxième équation

$$\left(\frac{m\omega^2R}{\sin\alpha} + N\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)\cos\alpha + N\sin\alpha - p = 0$$

$$N\left(\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha} + \sin\alpha\right) = p - \frac{m\omega^2R}{\sin\alpha}\cos\alpha \Rightarrow N\left(\frac{1}{\sin\alpha}\right) = \frac{mg\sin\alpha - m\omega^2R\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

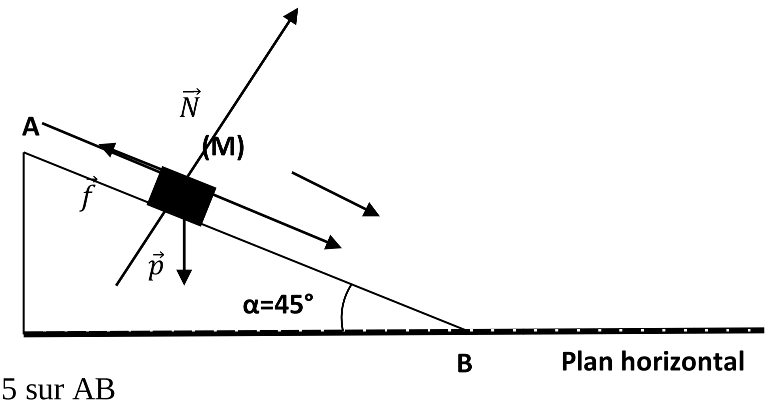
Donc $N=m(g\sin\alpha - \omega^2R)$, En remplaçant R par l sinα , on aura

$N=m(g\sin\alpha - \omega^2 l\sin\alpha\cos\alpha) = 7{,}92\ N$

Alors $T = \frac{m\omega^2 l\sin\alpha}{\sin\alpha} + N\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 5{,}88\ N$

(si on remplace N par son expression, on trouve $T=m\, g\cos\alpha + m\omega^2 l\,(1-\cos^2\alpha)$ alors
$T= m\, g\cos\alpha + m\omega^2 l\sin^2\alpha$)

EXERCICE SUPPLEMENTAIRE



v_A=1m/s et μ=0,5 sur AB

La nature du mouvement sur AB

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$

On choisit le repère, tel que l'axe (Ox) est suivant l'axe du mouvement parallèle à $\vec{f}$ et (Oy) est perpendiculaire à (Ox) donc suivant $\vec{N}$

Suivant (Ox) $-f + p_x = -f + m\, g \sin\alpha = ma$

Suivant (Oy) $N - p_y = 0 \Rightarrow N = m\, g \cos\alpha$

$\mu = \mathrm{tg}\varphi = f/N \Rightarrow f = N\, \mathrm{tg}\, \varphi$ donc $f = \mu\, m\, g \cos\alpha$

Alors $-\mu\, m\, g \cos\alpha + m\, g \sin\alpha = ma \Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)$

$=10\ a = 10\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 0{,}5\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3{,}54\ m/s^2$

L'accélération a est constante et positive donc le mouvement est uniformément accéléré

La vitesse du point M lorsqu'il atteint le point B

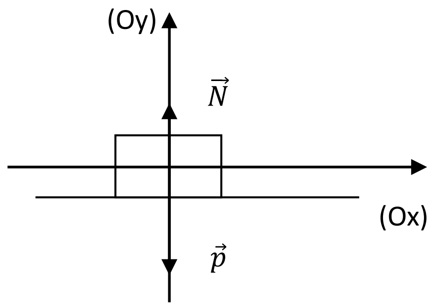
$v_B^2 - v_A^2 = 2al \Rightarrow v_B^2 = v_i^2 + 2al$

Avec l=AB=1

$$v_B = \sqrt{1 + 2a} = 2{,}84\ m/s$$

La nature du mouvement sur le plan horizontale

Les forces de frottement sont négligeables



$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p} + \vec{N} = m\vec{a}$

Sur Ox: 0=ma'

Sur Oy : N-p=0 $\Rightarrow N = p = mg$

Donc a'=0 alors le mouvement est uniforme

-le mouvement est uniforme alors la vitesse est constante $v=v_B$ le bloc ne s'arretera pas