Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Module: Mathématiques 2
1ère Année Sciences et technologies

Série de TD 02 " Les intégrales"

MESSIRDI.B ET SEHOULI F.

19/03/2020.

Exercice 01: Calculons les primitives suivantes:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \cos 7x dx, I_2 = \int \sin x (\cos x)^3 dx, I_3 = \int x\sqrt{1-x^2} dx, \\ I_4 &= \int \frac{\ln x}{x} dx, I_5 = \int e^x (1+e^x)^4 dx, I_6 = \int \frac{dx}{x(1+\ln x)^2}, \\ I_7 &= \int \frac{\arctan x}{1+x^2} dx, I_8 = \int \frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt[3]{x}} dx. \end{aligned}$$

Exercice 02: Calculons les primitives suivantes, en utilisant l'intégration par parties:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int x^2 \cos x dx, I_2 = \int x^n \ln x dx, I_3 = \int \arccos x dx, \\ I_4 &= \int \frac{x}{(\cos x)^2} dx, I_5 = \int x \arctan x dx, I_6 = \int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \end{aligned}$$

Exercice 03: En effectuant un changement de variable, calculer:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \sin(\ln x) dx, I_2 = \int \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx, I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(1+\sin x)^4} dx, \\ I_4 &= \int_{-a}^{a} \sqrt{a^2-x^2} dx. \end{aligned}$$

Exercice 04: Calculer les primitives des fractions rationnelles suivantes:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \frac{2x-1}{(x-1)(x+2)(x-2)} dx, I_2 = \int \frac{x}{(x^4-1)} dx, \\ I_3 &= \int \frac{x^3+2x^2+3x-1}{(x-1)^2} dx, I_4 = \int \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} dx. \end{aligned}$$

Exercice 05: Calculer:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \cos^3 x dx, I_2 = \int \cos^2 x \sin^2 x dx, I_3 = \int \cos 2x \sin 3x dx, \\ I_4 &= \int \frac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x + 2\cos x} dx, I_5 = \int \frac{1}{2-\sin^2 x} dx, I_6 = \int \frac{\sin x}{1+\sin x} dx, \\ I_7 &= \int_{-5}^{5} x^2 \arctan x dx, I_8 = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx. \end{aligned}$$

Exercice 06:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\sin x + \cos x} \mathrm{d}x \text{ et } J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} \mathrm{d}x.$$

1) Calculons, et en déduire que $I = J$.

2) Vérifions que: $\forall x \in \mathbb{R}, \cos x + \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

3) En déduire que:

$$I + J = \sqrt{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\mathrm{d}x}{\cos x}.$$

4) Le calcul de $I + J$ et en déduire les valeurs de I et J?

Exercice 07: Calculer l'aire d'un disque de rayon R, à l'aide d'une intégrale définie.