Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématique

Année Universitaire 2019/2020
1ère Année LMD-MI
Durée : 01 h

Examen d'Electricité

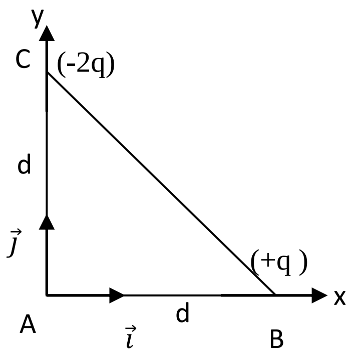
Questions de cours (04pts)

1- Donnez la charge élémentaire dq pour une distribution volumique
2- Ecrire la forme du champ électrique élémentaire $d\vec{E}$ dans le cas d'une distribution de charge surfacique
3- Quelles sont les caractéristiques d'un conducteur en équilibre électrostatique ?
4- Dans un circuit électrique, que représentent les termes : nœud et maille.
5- Donner les lois de Kirchoff

Exercice 1: (08 pts)

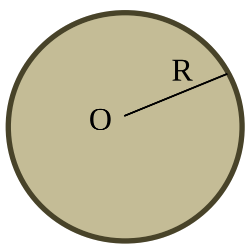
On considère deux charges ponctuelles situées aux sommets du triangle droit Triangle isocèle (ABC) de coté (d)
$q_B = +q$ et $q_C = -2q$, respectivement.

1- Trouver le champ électrostatique au point A
2- En plaçant une charge $q_A = -q$, au point A, chercher la force électrostatique exercée sur cette charge
3- Calculer le potentiel au point A.



Exercice 3: (08pts)

Une sphère de centre O et de rayon R contient une charge uniformément répartie avec une densité volumique ρ.
En appliquant le théorème de GAUSS :
-Calculer le champ électrique en tout point de l'espace.
-Donner la forme du potentiel en tout point de l'espace (sans calculer les constantes)



Bon courage

Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématique

Année Universitaire 2019/2020
1ère Année LMD-MI

Corrigé d'épreuve finale d'électricité

<u>Question de cours</u>: (4pts)

1- Les caractéristiques d'un conducteur en équilibre électrostatique sont : (1pts)

- Le champ électrique à l'intérieur du conducteur en équilibre électrostatique est nul.
- Le potentiel électrique à l'intérieur du conducteur en équilibre électrostatique est constant.
- La charge à l'intérieur du conducteur en équilibre électrostatique est nulle.

2- On cherche le champ élémentaire $\overrightarrow{dE}$ créé par l'élément de charge dq présent dans la surface élémentaire ds.

(dq=σds) donc $\overrightarrow{dE} = \frac{kdq}{a^2}\vec{u} = \frac{k\sigma ds}{a^2}\vec{u}$ (1 pts)

3-Dans un circuit électrique

<u>Un nœud</u> est un point dans le circuit ou se joignent au minimum trois fils.

<u>Une branche</u> est une partie du circuit électrique située entre deux nœuds et traversés par le même courant.

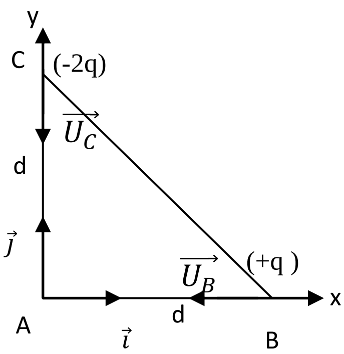
<u>Une maille</u> est formée d'un ensemble de branches formant un circuit fermée dans lequel un nœud est rencontré qu'une seule fois (0.5pts)

- Les deux lois de Kirchoff sont

La loi des nœuds :$\sum I_{entrants\ dans\ un\ noeud} = \sum I_{sortants\ du\ noeud}$
loi des mailles :$\sum U_{dans\ une\ maille} = 0.$ (0.5pts)

<u>Exercice 1 (8 pts)</u>

1- Le champ électrostatique au point A **<u>(4 pts)</u>**



$$\overrightarrow{E_A} = \overrightarrow{E_B} + \vec{E}\text{(0.5pts)}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{E_B} = \frac{kq_B}{AB^2}\overrightarrow{U_B} \\ \overrightarrow{E_C} = k\frac{kq_C}{AC^2}\overrightarrow{U_C} \end{cases}\text{(0.5pts)}$$

avec$\begin{cases} AB = AC = d \\ \overrightarrow{U_B} = -\vec{i} \\ \overrightarrow{U_C} = -\vec{j} \end{cases}$ (2 pts) D'où $\begin{cases} \overrightarrow{E_B} = \frac{kq}{d^2}(-\vec{i}) = -\frac{kq}{d^2}\vec{i} \\ \overrightarrow{E_C} = \frac{-2kq}{d^2}(-\vec{j}) = \frac{2kq}{d^2}\vec{j} \end{cases}$(0.5pts)

$\boldsymbol{\overrightarrow{E_A}} = \boldsymbol{\overrightarrow{E_B}} + \boldsymbol{\overrightarrow{E_C}} = \frac{kq}{d^2}(-\vec{i} + 2\vec{j})$ (0.5pts)

2- En plaçant une charge –q au point A, la force électrostatique au point « A » : **<u>(02pts)</u>**

$$\boldsymbol{\overrightarrow{F_A}} = \boldsymbol{q_A}\boldsymbol{\overrightarrow{E_A}}\text{(01pts)} \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{F_A}} = -\frac{kq^2}{d^2}(-\vec{i} + 2\vec{j})\text{ (01pts)}$$

3- Le potentiel au point « A » : **<u>(02pts)</u>**

$$V_A=V_B+V_C\text{ (0.5pts)}$$

$$\begin{cases} V_B = \frac{kq_B}{AB} = \frac{-2kq}{d} \\ V_C = \frac{kq_C}{AC} = \frac{kq}{d} \end{cases}\text{ (0.5pts)}$$

$$V_A = -2\frac{kq}{d} + \frac{kq}{a}\text{(0.5pts)} \Longrightarrow \boldsymbol{V} = -\frac{kq}{d}\text{(0.5pts)}$$

<u>Exercice2 (8 pts)</u>

1- Le champ électrique en tout point de l'espace : (**<u>5pts)</u>**

On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r (0.5pts). Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss. (0.5pts)

$$\emptyset = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} \text{ (0.5pts)}$$

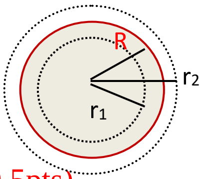
$\vec{E} \parallel \overrightarrow{ds}$ Donc :$\oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \iint E.ds = E\iint ds = E.S = E4\pi r^2$(0.5pts)

$\Rightarrow \boldsymbol{E4\pi r^2} = \frac{\sum \boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}} \Rightarrow \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{4\pi r^2 \varepsilon_0}} \quad (*)$

1- Le champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace.

Nous avons 2 cas

<u>1^{er} cas r<R</u>



$dq = \rho dv = \rho 4\pi r^2 dr \Rightarrow Q_{int} = \rho \iiint dv = \rho 4\pi \int_0^r r^2 dr$ (0.5pts)

$\Rightarrow Q_{int} = \rho\ \frac{4}{3}\pi r^3$ (0.5pts) donc $(*) \Rightarrow E_1 = \frac{\rho\ \frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E_1} = \frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{3\varepsilon_0}}\boldsymbol{r}$ (0.5pts)

<u>2^{eme} cas r≥ R</u>

$dq = \rho dv = \rho 4\pi r^2 dr \Rightarrow Q_{int} = \rho \iiint dv = \rho 4\pi \int_0^R r^2 dr$ (0.5pts)

donc $Q_{int} = \rho\ \frac{4}{3}\pi R^3$ (0.5pts)

$$(*) \Rightarrow E_2 = \frac{\rho\ \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \quad donc\ \boldsymbol{E_2} = \frac{\boldsymbol{\rho\ R^3}}{\boldsymbol{3\varepsilon_0 r^2}} \text{ (0.5pts)}$$

2- Le potentiel électrique v(r) en tout point de l'espace: (**<u>3 pts)</u>**

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}v$ (0.5pts) $\Rightarrow E = -\frac{dv}{dr}$ donc $v = -\int E dr$ (0.5pts)

<u>1^{er} cas : r<R</u>

$E_1 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r \Rightarrow v_1 = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\int r dr$ (0.5pts) donc $\boldsymbol{v_1} = -\frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{6\varepsilon_0}}\boldsymbol{r^2} + \boldsymbol{C_1}$ (0.5pts)

<u>2^{eme} cas r≥ R</u>

$E_2 = \frac{\rho\ R^3}{3\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow v_2 = -\frac{\rho\ R^3}{3\varepsilon_0}\int \frac{1}{r^2}dr$(0.5pts) donc $\boldsymbol{v_2} = \frac{\boldsymbol{\rho\ R^3}}{\boldsymbol{3\varepsilon_0}}\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r}} + \boldsymbol{C_2}$ (0.5pts)