Université Abou Bekr Belkaid **A.U 2018-2019**
Faculté des Sciences
Tronc Commun SM

TD N°3

Exercice 1: Déterminer le domaine de définition des fonctions numériques f de la variable réelle x définies par:

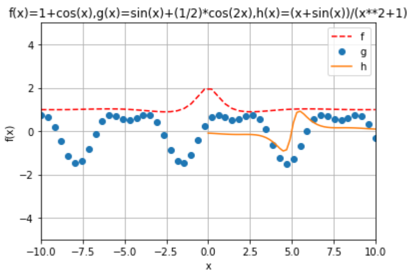
1. $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{4-3x^2}}$,
2. $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$,
3. $f(x) = \sqrt[4]{x^2+3x+2}$,
4. $f(x) = \tan(2x)$,
5. $f(x) = \frac{\ln(2+x)}{\sqrt{4-x^2}}$,
6. $f(x) = e^{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$.
7. $f(x) = ln(e^x+1)$,
8. $f(x) = x^{-1}(\sqrt{|1+x|-1})$,
9. $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x - \cos x}$.

Exercice 2:

1. Déterminer le domaine de définition et étudier la parité des fonctions définies par les expressions suivantes.

   (a) $f_1(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1}$, (b) $f_2(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$.

2. Dire si les fonctions représentées par les graphes suivants sont paires, impaires ou ni l'une ni l'autre.



Exercice 3: Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie par

$$f(x) = \sin x - \cos(2x).$$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$. Déterminer la période.
2. Montrer que la fonction $g: x \mapsto x - E(x)$ est périodique de période 1.
3. Soit g_1 la restriction de g à $[-2, 2]$. Montrer que g_1 est une fonction affine par intervalles et construire sa représentation graphique.

Exercice 4:

1. Soit x_1 et x_2 deux nombres réels, écrire le nombre $2(x_1^2 + x_2x_1 + x_2^2)$ sous la forme d'une somme de trois carrés.
2. On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par

$$f(x) = x^3 + 2x - 3.$$

- Ecrire le taux de variation de f entre les valeurs x_1 et x_2 où $(x_1 \neq x_2)$.
- Déduire de ce qui précède le sens de variation de la fonction f.

Exercice 5 Une voie de chemin de fer rectiligne relie une ville A à une ville B distante de $100km$, un train dont la vitesse maximale est $150km/h$ fait le trajet d'un mouvement uniforme.

Représenter graphiquement le temps y du trajet en fonction de la vitesse x du train. ($1cm$ représente sur Ox $10km/h$, sur Oy $1h$.)

Exercice 6: Calculer les limites suivantes.

1. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x-\sqrt{x}}{\ln x + x}$,
2. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x+2}{x^2\ln(x)}$,
3. $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$,
4. $\displaystyle\lim_{x\to 2^+} (x-2)^2\ln(x^3-8)$,
5. $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} x(\sqrt{x^2+1}-x)$,
6. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} E(x)\cos x$,
7. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan(2x)}{\ln(1+x)}$,
8. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(3x)}$,
9. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x\sin(x)}{1-\cos(x)}$,
10. $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$,
11. $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$,
12. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x\cos(e^x)}{x^2+1}$,
13. $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{(x^2)^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{3}} + 1}{(x-1)^2}$,
14. $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{\pi}{2}-x}{\cos(x)}$.

Exercice 7

1. Montrer que pour tout réel x: $3 \leq 5 + 2\sin(e^x) \leq 7$.
2. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = \frac{x}{5+3\sin(e^x)}.$$

En déduire $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$.