

Série TD N° 01

COMPLEMENTS MATHEMATIQUES

Exercice 1 : Soit $\vec{A} = 2xyzi + (2x^2 - y)j - yz^2k$ et $\phi = x^2y + 2y^2z^3$

Donner au point (1,0,0): $\overrightarrow{\text{grad}} \phi$, $\text{div} \vec{A}$, $\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}$.

Exercice 2 : Calculer le flux de $\vec{E}(x, y, 2x + 4y)$ à travers la surface du carré ABCD, avec A(0,0,0), B(1,0,0), C(1,1,0) et D(0,1,0).

Exercice 3 : Soit le champ vectoriel $\vec{A} = (xy, -xy)$:

- 1- Calculer la circulation de \vec{A} le long du carré ABCD (exercice 4)
- 2- Vérifier que le résultat est égal au flux de \vec{B} (avec $\vec{B} = \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}$) à travers l'air du carré ABCD. Que peut-on conclure.

ELECTROSTATIQUE

Exercice 1 :

On considère trois charges ponctuelles q_A , q_B et q_C placées en trois points A, B et C (fig. 1) tel que :

$$q_A = -q, q_B = q_C = +q \text{ et } OA=OB=OC=R.$$

1. Calculer le potentiel au point O.
2. Calculer le champ électrique au point O.
3. On place une charge $q' = (+q)$ au point O. En déduire la résultante des forces électrostatiques agissant sur cette charge

Exercice 2 :

Trois charges ponctuelles (+q), (+q) et (-2q) sont placées en trois points A, B, C (fig. 2) tels que : $OA=OB=a$, $OC=b$ et $OM=x$.

1. Trouver l'expression de la force électrique exercée sur la charge (+q) située en A.
2. Calculer la résultante de la force agissant sur une charge d'essai positive (+q) placée au point M.
3. Déduire l'expression du champ électrique au point M.
4. Trouver l'expression du potentiel en utilisant la méthode directe.

Exercice 3:

On considère trois charges électriques négatives ($q_C=q_B = -q$ et $q_A = -2q$) situées au sommet d'un triangle équilatérale, et une quatrième charge positive (+q') placée au centre de gravité G du triangle (fig.4).

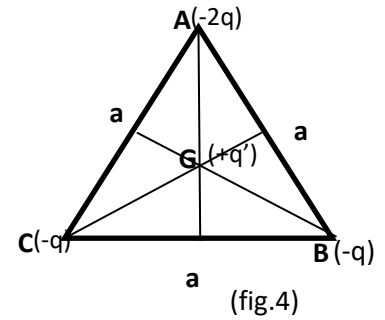
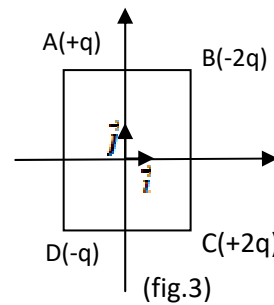
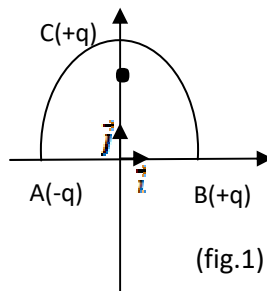
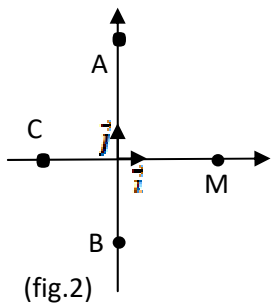
- 1- Calculer la résultante des forces électrostatique exercées sur la charge (+q') située en G et représenter cette force.
- 2- En déduire le champ électrostatique au point G.
- 3- Calculer le potentiel au point G.

$$\text{Rappelons que } AG=BG=CG=\frac{a}{\sqrt{3}}$$

Exercice 4:

On place quatre charges ponctuelles aux sommets ABCD d'un carré de coté $a=1\text{m}$, et de centre O, origine d'un repère orthonormé Oxy de vecteurs unitaires \vec{i} et \vec{j} (fig.3)

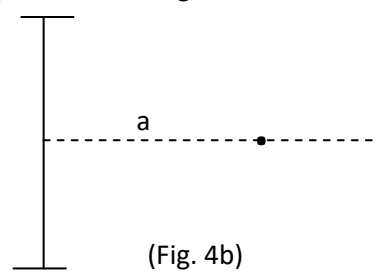
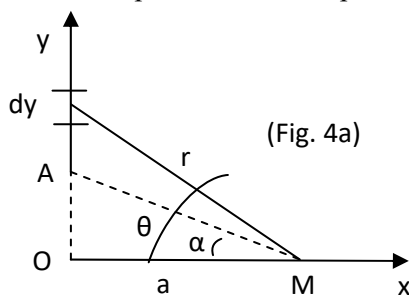
1. Calculer la résultante des forces électrostatique exercée sur la charge $(-q)$ située en D.
2. Déterminer le champ électrique au centre O du carré. Préciser la direction, le sens et la norme de \vec{E} .
3. Exprimer le potentiel V en O crée par les quatre charges.



Exercice 5:

Soit un fil rectiligne (Ay), portant une densité linéique de charge, et un point M de l'espace défini par la distance $OM=a$ et l'angle $\alpha = (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{MA})$ (fig 4.a).

1. Exprimer les composantes du champ électrique dE_x et dE_y qui résultent de la charge se trouvant dans l'élément élémentaire de longueur dy défini par l'angle θ .
2. Dédire les composantes E_x et E_y du champ électrique crée par le fil (Ay) et son module.
3. Dédire l'expression du champ électrique au point M équidistant des extrémités du fil de longueur $2L$ (fig.4b).
4. Dédire l'expression du champ électrique crée par un fil rectiligne infini.



Exercice 6 :

On considère un disque circulaire de rayon R, de centre O, portant une densité de charge surfacique.

1. Déterminer le potentiel électrostatique au point M de l'axe (ox), d'abscisse $x=OM$, en fonction de σ , R et x. Tracer le graphe $V(x)$.
2. Dédire l'intensité du champ électrostatique au point M. Tracer le graphe $E(x)$.
3. Que devient le champ lorsque le rayon du disque R tend vers l'infini ?
4. Retrouver par un calcul direct le champ crée par le disque à partir du champ élémentaire $d\vec{E}$ crée par la charge élémentaire.

Exercice 7 :

Une charge linéaire ($\lambda > 0$) est répartie uniformément sur une spire (anneau) de rayon R.

1. Calculer le champ électrostatique produit par la spire au point M situé sur l'axe (oy) à une distance y du centre O.
2. Calculer le potentiel le potentiel électrostatique au point M.

