

Année Universitaire 2018/2019 Département de Mathématiques Durée : 01 h 30min

# **Epreuve Finale d'Electricité**

## **Questions de cours : (06 pts)**

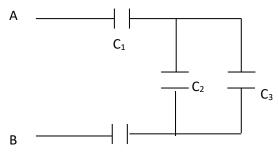
- 1- Calculer la capacité d'un condensateur formé de deux conducteurs sphériques concentriques de centre O de rayons  $R_1$  et  $R_2$  respectifs tel que  $R_1 \triangleleft R_2$  (Sachant que l'armature interne porte la charge +Q).
  - 2- Un fil de tungstène de rayon (R=0,5mm) et de longueur (L=1m), transporte un courant d'intensité (I=15 A). Sachant que le champ électrique à l'intérieur du fil est (E=1,05 V/m), déterminer la résistivité du fil.
    - 3- Dans un circuit électrique, que représentent les termes : nœud et maille.
    - 4- Donner les lois de Kirchoff

### Exercice 1: (07 pts)

Soit un groupement de condensateurs illustré sur la figure suivante:

- 1- Déterminer la capacité équivalente entre les points A et B
- 2- Trouver la charge portée par chaque condensateur lorsque la tension entre A et B est de 12 V.
- 3- Calculer les differences de potentiel U entre les armatures des condensateurs C<sub>1</sub> et C<sub>4</sub>

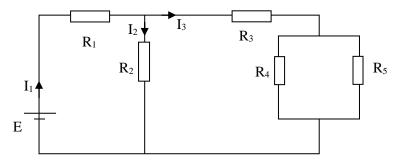
On donne :  $C_1$  =2  $\mu F$ ;  $C_2$  = 4  $\mu F$ ;  $C_3$ =10  $\mu F$ ; et  $C_4$ =7  $\mu F$ 



 $C_4$ 

### **Exercice 2 :** (07 pts)

On considère le circuit représenté sur la figure suivante :



- 1- Calculer la valeur de l'intensité du courant I<sub>1</sub> délivré par le générateur en utilisant les deux lois de Kirchhoff.
- 2- Retrouver la valeur du courant I<sub>1</sub>, en utilisant la résistance équivalente du circuit.
- 3- Déterminer la différence de potentiel (d.d.p) aux bornes de R<sub>2</sub> et déduire la puissance dégagée par cette résistance (R<sub>2</sub>)
- 4- Trouver les courants circulants dans les résistances R<sub>4</sub> et R<sub>5</sub>.

On donne E=12V,  $R_1$ =2 $\Omega$ ,  $R_2$ =20 $\Omega$ ,  $R_3$ =16 $\Omega$ ,  $R_4$ =6 $\Omega$ ,  $R_5$ =12 $\Omega$ 

# Corrigé de l'épreuve finale d'électricité

### **Questions de cours : (06 pts)**

### 1- Capacité d'un condensateur sphérique : (2.5pts)

On considère deux sphères conductrices concentriques sous influence total l'une de charge +Q et l'autre de charge -Q.

Pour chercher la capacité de ce condensateur ainsi formé, on cherche d'abord le champ électrique :

Théorème de Gauss : (0.25pts)

La surface de Gauss dans ce cas est une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss. (0.25pts)

$$\emptyset = \oiint \vec{E} . \overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} (0.25 \text{ pts})$$

$$\overrightarrow{E}$$
 //  $\overrightarrow{ds}$  Donc :  $\oiint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \oiint E \cdot ds = E \iint ds = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2 \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} (0.25 \text{pts})$ 

Pour R<sub>1</sub>2 Q<sub>int</sub>=Q donc 
$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$$
 (0.25pts)

Le potentiel: 
$$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}V$$
 et  $E = E(r) \Rightarrow E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E. dr (0.25pts)$ 

Pour R<sub>1</sub>2 
$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} \Rightarrow V_2 - V_1 = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2 R_1}\right) \frac{Q}{(0.25 \text{pts})}$$

La capacité: Q= C.U(0.25pts) avec U=
$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2 \cdot R_1}\right) (0.25pts)$$
donc  $C = \frac{4\pi\varepsilon_0(R_2 \cdot R_1)}{R_2 - R_1} (0.25pts)$ 

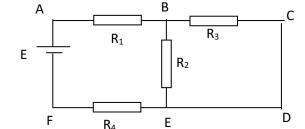
2- la résistivité du fil. (1.5pts)

E=1.05V/m donc 
$$U = \frac{E}{L}$$
 (0.25pts) =  $\frac{1.05}{1}$  = 1.05  $V$  (0.25pts) et  $U = R.I$  (0.25pts)  $\Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{1.05}{15} = 0.07\Omega$  (0.25pts)

Nous avons 
$$R = \frac{\rho L}{S} (0.25 \text{pts}) \Rightarrow \rho = \frac{R(\pi r^2)}{L} = \frac{0.07x3,14x(0.5.10^{-3})^2}{1} = 0.549.10^{-6} \Omega \text{m}(0.25 \text{pts})$$

3- Dans un circuit électrique un nœud est un point ou se joigne plus de deux lignes ou branches (0.5pts), une maille est un circuit ferme contenant plusieurs branches (0.5pts)

Dans ce circuit par exemple, nous avons deux nœuds E et B, et trois mailles : ABEFA, BCDEB et ACDFA.



4- Les deux lois de Kirchoff sont

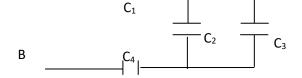
La loi des nœuds :  $\sum I_{entrants \ dans \ un \ noeud} = \sum I_{sortants \ du \ noeud}$  (0.5pts)

loi des mailles :  $\sum U_{dans\ une\ maille} = 0$ . (0.5pts)

### Exercice 1: (07 pts)

1- La capacité équivalente (1.5pts)

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 10 + 4 = 14 \,\mu\text{F} \,(0.5 \text{pts})$$



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} (0.5 \text{pts}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{10}{14} \Rightarrow C_{eq} = 1.4 \mu F (0.5 \text{pts})$$

2- Les charges portées par les condensateurs (4 pts)

$$Q_{eq} = C_{eq}U(0.5pts) \Rightarrow Q_{eq} = 1.4x12 = 16.8\mu C(0.5pts)$$

$$Q_{eq} = Q_{C_1} = Q_{C_2} = Q_{C_{23}} = 16.8 \mu C \text{(0.5pts)} \text{ et } U_{23} = U_2 = U_3 \text{ (0.5pts)} \Rightarrow \frac{Q_{C_{23}}}{C_{23}} = \frac{Q_{C_2}}{C_2} = \frac{Q_{C_3}}{C_3} \text{(0.5pts)}$$

$$\Rightarrow Q_{C_2} = \frac{Q_{C_{23}} \times C_2}{C_{23}} \text{ (0.5pts)} = \frac{16,8 \times 10}{14} = 12 \mu C \text{ (0.25pts)} \text{ et } Q_{C_3} = \frac{Q_{C_{23}} \times C_3}{C_{23}} \text{ (0.5pts)} = \frac{16,8 \times 4}{14} = 4,8 \mu C \text{ (0.25pts)}$$

3- Les ddp des condensateurs (1.5pts)

$$U_1 = \frac{Qc_1}{c_1} = \frac{16.8}{2} = 8.4V$$
 (0.5pts)et  $U_4 = \frac{Qc_4}{c_4} = \frac{16.8}{7} = 2.4V$  (0.5pts)et  $U_3 = U_2 = 12 - 8.4 - 2.4 = 1.2V$  (0.5pts)

### Exercice 2:(07pts)

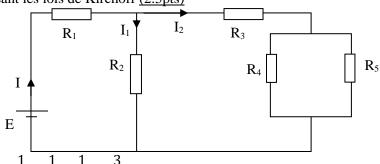
1- L'intensité du courant I en utilisant les lois de Kirchoff (2.5pts)

loi des nœuds :  $I_1=I_2+I_3$  (0.5pts)

Loi des mailles:

 $E-R_1I_1-R_2I_2=0$  (0.5pts)

 $R_2I_2-R_3I_3-R_{45}I_3=0$  (0.5pts)



$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \Rightarrow R_{45} = 4\Omega \text{ (0.25pts)}$$

$$\begin{cases} 12 - 2(I_2 + I_3) - 20 \ I_2 = 0 \\ 20I_2 - 16I_3 - 4I_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12 - 2I_3 - 22I_2 = 0 \\ 20I_2 - 20I_3 = 0 \end{cases}$$

 $I_2=I_3$  (0.25pts) donc 12-24 $I_2=0$  alors  $I_2=I_3=0.5$  A(0.25pts) et  $I_1=1$ A (0.25pts)

2- Le courant I en utilisant la résistance équivalente (2 pts)

$$R_{345}=16+4=20 \Omega(0.25 \text{pts}), \frac{1}{R_{2345}}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_{2345}}(0.25 \text{pts})=\frac{1}{20}+\frac{1}{20}=\frac{2}{20}\Rightarrow R_{2345}=10 \Omega (0.25 \text{pts})$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{2345}(0.25 \text{pts}) = 2 + 10 = 12 \Omega \text{ avec E-} R_{eq} I_1 = 0 (0.5 \text{pts}) \text{ donc } I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{12}{12} = 1 A (0.5 \text{pts})$$

- 3- La ddp aux bornes de  $R_2$ :  $U_2=R_2I_2$  (0.25pts)=20x 0,5=10 V (0.25pts)
- 4- La puissance dégagée par  $R_2$ :  $P_2=R_2(I_2)^2=U_2xI_2$  (0.25pts)=10x 0,5=5 W (0.25pts)
- 5- Les courants circulants dans les résistances R<sub>4</sub> et R<sub>5</sub>(1.5pts)

$$U_{45}=R_{45}I_3=4x0,5=2V$$
 (0.5pts)avec  $U_{45}=U_4=U_5\Rightarrow U_{45}=R_4I_3^{'}=R_5I_3^{''}$  (0.5pts)

donc 
$$I_{3}' = \frac{U_{45}}{R_{4}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}A$$
 (0.25pts) et  $I_{3}'' = \frac{U_{45}}{R_{5}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}A$ (0.25pts)