



TD n° 1 de Mécanique
Analyse dimensionnelles et calcul d'incertitudes

Exercice 1

Complétez le tableau suivant :

Grandeur physique	Symbole de la grandeur	Formule utilisée	Dimension	Unité (SI)
Surface				
Volume				
Masse volumique				
Fréquence				
Vitesse linéaire				
Vitesse angulaire				
Accélération linéaire				
Accélération angulaire				
Force				
Travail				
Energie				
Puissance				
Pression				

Exercice 2

L'équation caractéristique d'un fluide à température constante est de la forme suivante :

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = c$$

Ou p est la pression et V est le volume.

Déterminer les dimensions des grandeurs a, b et c.

Exercice 3

1-La trajectoire $y=f(x)$ d'un projectile lâché avec une vitesse initiale (v_0) à partir d'un point (o) situé à une hauteur (h) du plan d'impact, est donnée par la formule suivante :

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$$

Démontrez que cette formule est homogène.

2- Deux masses ponctuelles m et m' s'attirent suivant la loi d'attraction de Newton,

$$\vec{F} = -G \frac{m \cdot m'}{r^2} \vec{u}$$

G est une constante de gravitation.



Quelle est la dimension de G ? En déduire son unité dans le système international (MKSA).

Exercice 4

Des expériences ont montré que la vitesse v du son dans un gaz n'est fonction que de la masse volumique ρ et du coefficient de compressibilité χ .

Quelle est la loi qui donne la vitesse v en fonction des caractéristiques du gaz, on rappelle que χ est homogène à l'inverse d'une pression.

Exercice 5

Les formules suivantes sont-elles valides dimensionnellement ? Faites une analyse dimensionnelle pour confirmer ou rectifier.

1. $F = \frac{Gm}{r}$, tels que : F est une force, G une constante exprimé en $\frac{m^3}{kg s^2}$, m une masse et r une longueur.
2. $p = \rho gh_1 + h_2 F$ tels que : P : une pression, g : l'accélération de la pesanteur, h_1 et h_2 : hauteurs et F : une force
3. $\theta = \frac{b \sin(a)}{t \cos(c)}$, tels que : b et t ont une dimension d'une longueur.

Exercice 6

Pour extraire un électron de masse m d'un métal, il faut lui fournir une énergie W_0 homogène à une énergie cinétique. Cette extraction est obtenue en éclairant une plaque du métal par une radiation monochromatique de longueur d'onde λ . Le bilan énergétique permet d'écrire la relation suivante :

$$A = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \left(\frac{B \cdot c}{\lambda} - W_0 \right)}$$

Où c est la vitesse de la lumière.

- 1- Déterminer la dimension et l'unité (dans le système SI) de B et A .
- 2- En posant $W_0=0$ et en supposant $\Delta c =0$, déterminer l'incertitude relative sur A en fonction de Δm , $\Delta \lambda$ et ΔB .

Exercice 7

La résistivité électrique d'un fil électrique en cuivre, de diamètre D , de longueur L et de résistivité R est donnée par la formule suivante :

$$\rho = \frac{\pi R D^2}{4L}$$

Donnez l'incertitude sur la résistivité électrique ρ en utilisant la méthode de la différentielle totale et la méthode logarithmique.

On donne pour application numérique :

$$R=0.4562 \pm 0.0002 \Omega \quad L=2.000 \pm 0.0001 \text{ m} \quad \text{et} \quad D=0.30 \pm 0.01 \text{ m}.$$

Calculer l'incertitude absolue $\Delta \rho$ et donnez la précision $\frac{\Delta \rho}{\rho}$.



Exercice 8

Un pendule formé d'une boule (sphère) de rayon R et de masse m . L'étude de l'effet de l'air sur ce pendule montre que sa période dépend d'une constante k , du coefficient de viscosité de l'air η , du rayon de la boule R et de sa masse volumique ρ .

1- Trouvez l'expression de la période en la supposant de la forme :

$$T = K\eta^x R^y \rho^z \text{ avec } [\eta] = ML^{-1}T^{-1}$$

2- Déterminez l'incertitude relative sur T en fonction de $\Delta\eta, \Delta R, \Delta m$.

Exercice supplémentaire :

A) Une particule de masse m enfermée dans une boîte cubique de côté L , à une énergie cinétique E telle que :

$$E = \frac{\pi^2 \sigma^2}{2} n^2$$

Où V le volume de la boîte et n un nombre sans dimension.

En utilisant les équations aux dimensions, trouver la dimension de σ .

B) La distance focale f d'une lentille est déterminée à partir de la formule :

$$f = \frac{D^2 - a^2}{4D}$$

Calculer l'incertitude absolue Δf en fonction de ΔD et Δa .