



**TD n° 1 de Mécanique**  
**Analyse dimensionnelles et calcul d'incertitudes**

**Exercice 1**

Complétez le tableau suivant :

Grandeur physique	Symbole de la grandeur	Formule utilisée	Dimension	Unité (SI)
Surface				
Volume				
Masse volumique				
Fréquence				
Vitesse linéaire				
Vitesse angulaire				
Accélération linéaire				
Accélération angulaire				
Force				
Travail				
Energie				
Puissance				
Pression				

**Exercice 2**

L'équation caractéristique d'un fluide à température constante est de la forme suivante :

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = c$$

Ou p est la pression et V est le volume.

Déterminer les dimensions des grandeurs a, b et c.

**Exercice 3**

1-La trajectoire  $y=f(x)$  d'un projectile lâché avec une vitesse initiale ( $v_0$ ) à partir d'un point (o) situé à une hauteur ( $h$ ) du plan d'impact, est donnée par la formule suivante :

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$$

Démontrez que cette formule est homogène.

2- Deux masses ponctuelles  $m$  et  $m'$  s'attirent suivant la loi d'attraction de Newton,

$$\vec{F} = -G \frac{m \cdot m'}{r^2} \vec{u}$$

G est une constante de gravitation.



Quelle est la dimension de  $G$  ? En déduire son unité dans le système international (MKSA).

#### **Exercice 4**

Des expériences ont montré que la vitesse  $v$  du son dans un gaz n'est fonction que de la masse volumique  $\rho$  et du coefficient de compressibilité  $\chi$ .

Quelle est la loi qui donne la vitesse  $v$  en fonction des caractéristiques du gaz, on rappelle que  $\chi$  est homogène à l'inverse d'une pression.

#### **Exercice 5**

Les formules suivantes sont-elles valides dimensionnellement ? Faites une analyse dimensionnelle pour confirmer ou rectifier.

1.  $F = \frac{Gm}{r}$ , tels que :  $F$  est une force,  $G$  une constante exprimé en  $\frac{m^3}{kg s^2}$ ,  $m$  une masse et  $r$  une longueur.
2.  $p = \rho gh_1 + h_2 F$  tels que :  $P$  : une pression,  $g$  : l'accélération de la pesanteur,  $h_1$  et  $h_2$  : hauteurs et  $F$  : une force
3.  $\theta = \frac{b \sin(a)}{t \cos(c)}$ , tels que :  $b$  et  $t$  ont une dimension d'une longueur.

#### **Exercice 6**

Pour extraire un électron de masse  $m$  d'un métal, il faut lui fournir une énergie  $W_0$  homogène à une énergie cinétique. Cette extraction est obtenue en éclairant une plaque du métal par une radiation monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . Le bilan énergétique permet d'écrire la relation suivante :

$$A = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \left( \frac{B \cdot c}{\lambda} - W_0 \right)}$$

Où  $c$  est la vitesse de la lumière.

- 1- Déterminer la dimension et l'unité (dans le système SI) de  $B$  et  $A$ .
- 2- En posant  $W_0=0$  et en supposant  $\Delta c =0$ , déterminer l'incertitude relative sur  $A$  en fonction de  $\Delta m$ ,  $\Delta \lambda$  et  $\Delta B$ .

#### **Exercice 7**

La résistivité électrique d'un fil électrique en cuivre, de diamètre  $D$ , de longueur  $L$  et de résistivité  $R$  est donnée par la formule suivante :

$$\rho = \frac{\pi R D^2}{4L}$$

Donnez l'incertitude sur la résistivité électrique  $\rho$  en utilisant la méthode de la différentielle totale et la méthode logarithmique.

On donne pour application numérique :

$R=0.4562 \pm 0.0002 \Omega$   $L=2.000 \pm 0.0001$  m et  $D=0.30 \pm 0.01$  m.

Calculer l'incertitude absolue  $\Delta \rho$  et donnez la précision  $\frac{\Delta \rho}{\rho}$  .



### **Exercice 8**

Un pendule formé d'une boule (sphère) de rayon  $R$  et de masse  $m$ . L'étude de l'effet de l'air sur ce pendule montre que sa période dépend d'une constante  $k$ , du coefficient de viscosité de l'air  $\eta$ , du rayon de la boule  $R$  et de sa masse volumique  $\rho$ .

1- Trouvez l'expression de la période en la supposant de la forme :

$$T = K\eta^x R^y \rho^z \text{ avec } [\eta] = ML^{-1}T^{-1}$$

2- Déterminez l'incertitude relative sur  $T$  en fonction de  $\Delta\eta, \Delta R, \Delta m$ .

### **Exercice supplémentaire :**

A) Une particule de masse  $m$  enfermée dans une boîte cubique de côté  $L$ , à une énergie cinétique  $E$  telle que :

$$E = \frac{\pi^2 \sigma^2}{2} n^2$$

Où  $V$  le volume de la boîte et  $n$  un nombre sans dimension.

En utilisant les équations aux dimensions, trouver la dimension de  $\sigma$ .

B) La distance focale  $f$  d'une lentille est déterminée à partir de la formule :

$$f = \frac{D^2 - a^2}{4D}$$

Calculer l'incertitude absolue  $\Delta f$  en fonction de  $\Delta D$  et  $\Delta a$ .