Université Aboubekr BELKAID - Tlemcen	A.U 2018/2019 - M.I 1ère année
Faculté des Sciences - Département de Mathématiques	Analyse 1 - Fiche de T.D n°5

Exercice 1: Étudier la fonction

$$f(x) = \ln\left(x^2 - \sqrt{x^2-1}\right)$$

puis tracer sa courbe représentative.

Exercice 2: (Transformation d'expression)

1. On considère l'expression $C(x) = a\cos x + b\sin x$ avec $a^2+b^2 \neq 0$. Montrer qu'il existe A_1, ϕ_1, A_2, ϕ_2 tels que

$$C(x) = A_1\cos(x+\phi_1) = A_2\sin(x+\phi_2).$$

2. Considérons à présent la version hyperbolique $H(x) = a\cosh x + b\sinh x$ avec $|a| \neq |b|$. Montrer qu'il existe A_1, ϕ_1, A_2, ϕ_2 tels que, ou bien $H(x) = A_1\cosh(x+\phi_1)$, ou bien $H(x) = A_2\sinh(x+\phi_2)$.

Exercice 3: Montrer que

$$1 + \cosh x + \cosh 2x + \cdots + \cosh nx = \frac{1}{2} + \frac{\cosh nx - \cosh(n+1)x}{2(1-\cosh x)}$$

Exercice 4: Vérifier que $\forall t \in \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ on a $\sin(2t) = \frac{2\tan t}{1+\tan^2 t}$. Montrer que $2\arctan(\frac{1}{3}) \in [0, \frac{\pi}{2}]$. En déduire enfin que $2\arctan(\frac{1}{3}) = \arcsin(\frac{3}{5})$.

Exercice 5: Étudier la fonction $g(x) = \arccos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, puis tracer son graphe. A l'aide de la dérivée de g trouver une autre expression (plus simple) de g.

Exercice 6: En passant aux dérivées, établir que

$$\arcsin(\tanh x) = \arctan(\sinh x) \qquad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Exercice 7: Résoudre l'équation

$$\arctan x + \arctan(2x) = \frac{\pi}{4}.$$

Exercice 8: On considère le polynôme $P(t) = 16t^3 + 24t^2 + 9t + 1$. A l'aide d'une racine évidente, factoriser complètement ce polynôme. On donne la fonction

$$F(x) = argsh\left(3x + 4x^3\right).$$

En passant à sa dérivée et en utilisant la première question, donner une expression plus simple de $F(x)$.