Université Aboubekr BELKAID - Tlemcen	A.U 2018/2019 - M.I 1ère année
Faculté des Sciences - Département de Mathématiques	Analyse 1 - Fiche de T.D n°1

Exercice 1: On donne les nombres entiers $A = 132$ et $B = 67$ en base 10.

1. Écrire ces deux nombres en base 2, puis en base 5.
2. Effectuer la somme $A + B$ en base 2, puis en base 5. Vérifier les résultats en exprimant $A + B$ en base 10.
3. (Facultatif) Refaire le même travail en remplaçant l'addition par la multiplication.

Exercice 2: Résoudre dans $\mathbb{N}\setminus\{0,1\}$ les équations suivantes :

$$\overline{1x3}^{x} = \overline{23}^{5} \qquad , \qquad \overline{x2}^{2x} = \overline{x6}^{7}$$

Exercice 3: Résoudre dans $\mathbb{Z}$, respectivement dans $\mathbb{Z}^2$, les équations :

$$x^3 - 5x^2 + 8 = 0 \qquad , \qquad 2x - 3y = 5$$

Indication : utiliser la divisibilité dans $\mathbb{Z}$.

Exercice 4: Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses (justifier) :

1. La somme (resp. le produit) d'un nombre rationnel et d'un nombre irrationnel est irrationnelle.
2. La somme (resp. le produit) de deux irrationnels est irrationnelle.

Exercice 5: Établir les résultats suivants ($[x]$ désigne la partie entière de x):

1. $\forall x, y \in \mathbb{R} \qquad [x] + [y] \leq [x + y] \leq [x] + [y] + 1.$
2. $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & \text{si } \; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & \text{si } \; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

Exercice 6: Déterminer, si elles existent, les bornes inférieure et supérieure des ensembles suivants (discuter suivant les valeurs des paramètres) :

$$A = \left\{ (-1)^k + \frac{(-1)^n}{n+1} \diagup k, n \in \mathbb{N} \right\} \qquad , \qquad B_{\alpha,\beta} = \left\{ x^2 - x + 1 \diagup x \in [\alpha, \beta] \right\}$$

Exercice 7: Soient A, B deux sous-ensembles non vides de $\mathbb{R}$ tels que

$$\forall a \in A \qquad \forall b \in B, \quad a \leq b.$$

Montrer que $\sup A$ et $\inf B$ existent et que $\sup A \leq \inf B$. Montrer aussi que $\sup A = \inf B$ si et seulement si $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists a \in A \quad , \exists b \in B$ tels que $b - a \leq \varepsilon$.

Exercice 8: Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\left|2x^2 - 1\right| \leq |x + 1|$$