Université de Tlemcen. le 15/10/2017.

Département de mathématiques.

Algèbre 3

Série n° 2 : Systèmes d'équations linéaires

Exercice n° 1

Résoudre les systèmes suivants.

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 5 \\ 3x - 2y + 2z = 5 \\ 5x - 3y - z = 16 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - 2y = 5 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x - 2y + z + t = 1 \\ x - 2y + z - t = -1 \\ x - 2y + z + 5t = 5 \end{cases}$$

Exercice n° 2

1/ On considère le système de Cramer suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ x + y - 2z = 1 \\ x + 4y + z = 1 \end{cases}$$

Sans le résoudre calculer la somme $s = x+y+z$; (x, y, z) étant la solution.

2/ Trouver les solutions de l'équation $2x + y - z = 0$

Exercice n° 3

Résoudre et discuter suivant le réel a le système :

$$\begin{cases} x + y + (1-2a)z = 2(1+a) \\ (1+a)x - (1+a)y + (2+a)z = 0 \\ 2x - 2ay + 3z = 2(1+a). \end{cases}$$

Exercice n° 4

a, b, c étant 3 réels distincts, résoudre le système :

$$\begin{cases} x + ay - a^2 z = a^4 \\ x + by - b^2 z = b^4. \\ x + cy - c^2 z = c^4 \end{cases}$$

Exercice n°(5)

Résoudre suivant la valeur du paramètre réel a, le système suivant.

$$\begin{cases} ax + y + z + t = 1 \\ x + ay + z + t = a \\ x + y + az + t = a^2 \end{cases}$$

Devoir n° (3) : à faire à la maison.

Exercice n° (1)

Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ qui dans la base canonique est représenté par la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Pour quelles valeurs de $\lambda \in \mathbb{R}$, existe-t-il des vecteurs non nuls $v \in \mathbb{R}^3$ tels que $f(v) = \lambda v$

Exercice n° (2)

On suppose que le système

$$\begin{cases} ax + by + cz = 0 \\ a'x + b'y + c'z = 0 \end{cases}$$

est de rang 2

Expliquer pourquoi une base de l'espace des solutions est donnée par (x, y, z) avec :

$$x = \begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix} \; ; \; y = -\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} \; ; \; z = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$$