



**Module : Math 2- Tronc commun Sciences et Technologies**

**Série de TD n°02-Développements Limités**

**Exercice 01 :** En utilisant la formule de Taylor, développer les fonctions suivantes à l'ordre 3:

- 1)  $\ln(1+x)$  au voisinage de  $x_0 = 1$
- 2)  $\operatorname{tg} x$  au voisinage de  $x_0 = \frac{\pi}{4}$
- 3)  $\frac{1}{1-x}$  au voisinage de  $x_0 = -1$

**Exercice 02 :** Calculer le développement limité à l'ordre 5 au voisinage de 0 des fonctions suivantes :

- 1)  $(\cos x)^2$
- 2)  $e^x \ln(1+x)$
- 3)  $\ln(1 + \sqrt{1+x})$
- 4)  $\frac{\operatorname{Arcsin} x - x}{\sin x - x}$
- 5)  $\frac{1}{1 + \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$
- 6)  $(1+2x)^{\frac{1}{1+x}}$
- 7)  $e^{\sin x}$
- 8)  $\cos x e^{\sin x}$

**Exercice 03 :** Calculer les limites suivantes :

- 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$
- 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{Arctg} x}{x \operatorname{Arctg} x}$
- 3)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\operatorname{tg}^2 x}$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x^x}}$
- 5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^x$
- 6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \ln \left( \cos \frac{1}{x} \right) + \frac{x^2}{2} \sin \frac{1}{x}$
- 7)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{\ln x} - x}{\ln x}$
- 8)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x)^{\frac{1}{1-x}}$

**Exercice 04 :** Soit la fonction  $f(x) = x[\ln(2x+1) - \ln x]$  définie sur  $\mathbb{R}_+^*$

Etudier l'existence d'une asymptote en  $(+\infty)$  à la courbe représentative de  $f$ . Etudier la position relative de la courbe et son asymptote en  $(+\infty)$ .

**Exercice supplémentaire :** Comparer entre

- 1)  $e^{-\frac{1}{x^2}}$  et  $x^3$  au vois(0)
- 2)  $x^3$  et  $3^x$  vois(+ $\infty$ )
- 3)  $(x^x)^x$  et  $x^{x^x}$  vois(+ $\infty$ )

