Université Abou Bakr Belkaïd (Tlemcen)
Faculté des Sciences
Année Universitaire : 2017 - 2018

Module : Math 2- Tronc commun Sciences et Technologies

Série de TD n°01-Calculs des Primitives et Intégrales Définies

Exercice 01 : Calculer les primitives suivantes :

1) $\int x^{\frac{7}{3}}\,dx$ 2) $\int \frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt[3]{x}}dx$ 3) $\int \cos(7x)\ dx$ 4) $\int \frac{dx}{2+x^2}$ 5) $\int \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}$

6) $\int e^x(1+e^x)^3dx$ 7) $\int \frac{dx}{x(1+\ln x)^3}$ 8) $\int \frac{\ln x}{x}dx$ 9) $\int x\sqrt{1-x^2}dx$ 10) $\int \sqrt{a^2-x^2}dx$

11) $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x}dx$ 12) $\int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}}dx$ 13) $\int \frac{tg\ x}{(\cos x)^2}dx$

Exercice 02 : Calculer les primitives suivantes, en utilisant l'intégration par parties :

1) $\int x^2\sin(2x)\,dx$ 2) $\int e^{\sqrt{2}x}\cos x\,dx$ 3) $\int x^n\ln x\,dx$

4) $\int \frac{\ln x}{x^n}dx\,, n\neq 1$ 5) $\int \frac{Arctg\ x}{1+x^2}dx$ 6) $\int Arcsin\ x\,dx$

Exercice 03 : Décomposer en somme d'éléments simples, puis calculer les primitives des fractions rationnelles suivantes :

1) $\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$ 2) $\frac{2x-1}{(x-1)^2(x^2+1)}$ 3) $\frac{x}{x^4-1}$ 4) $\frac{x^4}{x^3-8}$

Exercice 04 : Calculer

1) $\int (\cos x)^3dx$ 2) $\int (\sin x)^4dx$ 3) $\int (\cos x)^2(sinx)^2dx$

4) $\int \frac{dx}{2-(\sin x)^2}$ 5) $\int \frac{\sin x}{1+\sin x}dx$ 6) $\int \cos(2x)\sin(3x)\,dx$

Exercice 05 : Soit f une fonction définie et continue sur $[-a, a], a > 0$. Montrer que :

1. Si f est paire sur $[-a, a]$ alors $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$
2. Si f est impaire sur $[-a, a]$ alors $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$
3. Applications :

$$\int_{-5}^{5} x^2 arctgx\ dx, \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos(2x)}{(\cos x)^2} dx$$

Exercice 04 : Soit

$$I = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos^2 x}{\cos x + \sin x} dx \ \ et\ J = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{sin^2 x}{\cos x + \sin x} dx$$

1. Calculer $(I - J)$, et déduire que$I = J$.
2. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}, \cos x + \sin x = \sqrt{2}\cos(x - \frac{\pi}{4})$.
3. En déduire que $I + J = \sqrt{2}\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}$
4. Calculer $I + J$. En déduire les valeurs de I et de J.

Exercice 05 : Calculer l'aire d'une ellipse à l'aide d'une intégrale définie.