Université Abou Bekr Belkaid **A.U 2017-2018**
Faculté des Sciences
Tronc Commun SM(Maths1)

FEUILLE D'EXERCICES N°1
Logique et Ensembles

Exercice 1: Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

1. Si la hauteur d'un triangle isocèle est médiane du triangle alors $3-2=2$.
2. $(5>3)$ ou $(3$ divise $5)$
3. Les figuiers ne donnent pas de melons et Newton n'est pas italien.

Exercice 2: Pour toutes propositions p, q et r, vérifier que les propositions suivantes sont des tautologies:

1. $[(p \implies q) \implies p] \implies p.$
2. $\Big[(p \vee q) \implies r\Big] \iff \Big((p \implies r) \wedge (q \implies r)\Big).$

Exercice 3: On considère la proposition suivante: " Si le TP de Chimie a commencé alors tous les étudiants ont mis leur blouse"

1. Ecrire la contraposée et la négation de la proposition.
2. Si la proposition est vraie et on constate que tous les étudiants ont mis leur blouse, peut-on déduire que le TP a commencé?

Exercice 4 Pour chaque énoncé, écrire la négation, puis dire si l'énoncé initial est vrai ou faux (justifier votre réponse).

1. $\forall n \in \mathbb{N};\ n^2+n+1 \leq n^3.$
2. $\exists n \in \mathbb{N}^*;\ n^2+1 < 2n.$
3. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R};\ x+y>0.$
4. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R};\ x+y>0.$
5. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R};\ x+y>0.$
6. $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}; \sin(x+y)=x+y.$

Exercice 5 Considérons les ensembles suivants
$A=\{x \in \mathbb{R}; |x| \leq 3\},\ B=\{x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-1}{x-2} \leq 0\},$

C= $\{$x $\in \mathbb{R}; x^2+x-20 \leq 0\}$

- Déterminer $A \cap B, A \cup \complement_{\mathbb{R}} B, A - B,\ \complement_A(A \cap B),\ \complement_C A$.

Exercice 6 Montrer que

1. $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 - 2x + 5 > 0$.
2. $\forall n \in \mathbb{Z},\ n^2$ impair $\implies n$ impair.
3. $\sqrt{2}$ est irrationnel.
4. $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \sum_{i=1}^{n}(2i+1) = n(n+2)$.
5. $\forall x, y \in \mathbb{R},\ x^2 = y^2 \implies |x| = |y|$.

Exercice 7 Soit E un ensemble, A, B deux parties de E. Montrer que

1. $\complement_E(\complement_E A) = A$.
2. (**supp**)$A \subset B \iff \complement_E B \subset \complement_E A$.
3. $A \subset B \iff A \cap \complement_E B = \varnothing$
4. $\complement_E(A \cup B) = (\complement_E A) \cap (\complement_E B)$ et (**supp**)$\complement_E(A \cap B) = (\complement_E A) \cup (\complement_E B)$.