Université Abou bekr Belkaid Tlemcen **2017/2018**
Faculté des sciences **Cours : statistiques**
Département de mathématiques **MI**

TD N°5

Exercice N°1

Dans un jeu, on utilise un dé non pipé (truqué) à quatre faces numérotées 0, 2, 3 et 5. On dispose aussi d'une urne contenant trois boules numérotées respectivement 1, 3 et 5. Dans ce jeu, on procède de la façon suivante : on lance le dé puis on tire une boule. Si le dé donne 0, on ne gagne rien. Sinon, on gagne 5 dinars si le dé et la boule portent le même numéro. Sinon, on gagne 1dinars.
Soit X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur.

1. Donner l'univers Ω et la probabilité associés de l'expérience aléatoire décrite.
2. Expliciter X(Ω)=D_X (le support) de la variable X.
3. Donner la loi de X (sa fonction de masse) et son espérance E(X)

Exercice N°2

Soit X la variable aléatoire qui prend les valeurs avec les proportions suivantes :

xi	1	3	4
Pi= P(X=xi)	α^2	α	0.25

1. Déterminer α afin que P définisse bien une fonction de masse de la variable X.
2. Déterminer le mode
3. Calculer P(X≥2), P(X<2), P (1≤ X ≤2), P (1< X< 4), P (0≤ X ≤3/ X≥2).
4. Calculer l'espérance de X : E(X) puis la variance : V(X).

Exercice N°3

Soit X la v.a.r discrète qui représente les gains (ou pertes) a un jeu
On obtient la fonction de masse (loi) suivante :

xi	-2	1	2	3
P(X=xi)	1/2	1/6	1/6	1/6

1. Calculer l'espérance de X, E(X).
2. Déterminer la fonction de répartition de X.
3. Calculer les probabilité suivante : P(0≤X≤2), P(X≤1), P(X≥3).
4. On modifie les règles de ce jeu de telle façon à ce que les gains soient doublés Y=2X
   -Donner l'univers de cette variable Ω. Puis déterminer la loi de Y.

-Calculer son espérance.
-Ce changement est-il plus avantageux pour le joueur ?

5. Même question si on pose $Z=X^2$.

Exercice N°4

Soit X v.a.r continue, on définit f par :

$$f(x) = \begin{cases} ax & si \quad x \in [0,2] \\ 0 & sinon \end{cases}$$

1. Déterminer a afin que la fonction f soit une fonction de densité.
2. Déterminer la fonction de répartition.
3. Calculer les probabilités suivante : $P(0.5 \leq X \leq 0.75)$, $P(X \leq 1.25)$, $P(X \geq 0.5)$
4. Calculer l'espérance puis la variance.

Exercice N°5

Soit X une v.a.r de densité :

$$f(x) = \begin{cases} 2\theta x\, e^{-\theta x^2} & si \quad x \geq 0 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Où θ est un paramètre strictement positif.

1. Vérifier que f est bien une fonction de densité.
2. Déterminer la fonction de répartition F de la variable aléatoire X.
3. Calculer $P(X<4)$ et l'espérance de X.

Exercice N°6

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & si \quad x \in [0,1] \\ 0 & sinon \end{cases}$$

1. A quelle conditions sur a et b, la fonction f sera-t-elle une fonction de densité 'une variable aléatoire continue ?
2. En déduire a et b si on sait que $P(X \geq 0.5)=7/8$
3. Calculer l'espérance.

« Nos défauts devraient nous donner une qualité : l'indulgence pour les défauts des autres »