

Université Aboubekr BELKAID - Tlemcen	A.U 2017/2018 - M.I 1ère année
Faculté des Sciences - Département de Mathématiques	Analyse 2 - Fiche de T.D n°1

**Exercice 1:** Ecrire le développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0 pour chacune des fonctions  $x \mapsto \cosh x$  et  $x \mapsto \sinh x$ . En déduire le développement à l'ordre 4 pour  $x \mapsto \cosh^3 x$  et  $x \mapsto \sinh^3 x$  par un calcul direct à l'aide du binôme de Newton. Retrouver ces résultats en utilisant une linéarisation.

**Exercice 2:** Déterminer le développement limité à l'ordre 4, au voisinage de 0, des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = (\cos x) \ln(1 + x) \quad , \quad f_2(x) = \frac{1}{1 + \arctan x} \quad , \quad f_3(x) = \cos(\sin x)$$

**Exercice 3:** Déterminer le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction  $x \mapsto \tan x$ . En déduire, à l'aide d'un changement de variable, le développement de la même fonction au même ordre, au voisinage de  $\pi/4$ .

**Exercice 4:** En procédant directement par division, calculer le développement à l'ordre 5 au voisinage de 0 de la fonction  $x \mapsto \tanh x$ . Retrouver le résultat en posant

$$\tanh x = ax + bx^3 + cx^5 + x^5 \varepsilon(x)$$

où  $a, b, c$  sont des coefficients à déterminer en utilisant la formule  $\tanh'(x) = 1 - \tanh^2(x)$ .

**Exercice 5:** En utilisant les développements limités, calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - x}{x^3} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh(x - \sin x)}{\sqrt{1+x^3} - 1}.$$

**Exercice 6:** On donne les deux fonctions

$$\varphi(x) = x \sqrt{\frac{x-1}{3x+1}} \quad , \quad \psi(x) = x^3 \arctan\left(\frac{1}{1+x^2}\right).$$

Déterminer pour chacune, les équations des asymptotes obliques ainsi que la position de la courbe par rapport à ces asymptotes et ce en utilisant un développement asymptotique au voisinage de  $\pm\infty$  (i.e, développer en  $t = 0$  où  $t = 1/x$ )

(Facultatif : étudier ces deux fonctions et tracer leurs courbes représentatives)