

Département de Mathématiques  
Faculté des Sciences  
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2017/2018

Liste 9 de TD d'Algèbre MI

Chapitre 4: Partie2: **Groupes - S/Groupes - Morphismes**

**Exercice1:** Soient  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = x^n$ .

Montrer que  $f$  est un morphisme du groupe  $(\mathbb{R}^*, \times)$  dans lui-même.  
En déterminer image et noyau.

**Exercice2:** Justifier que  $\exp : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^*$  est un morphisme du groupe  
 $(\mathbb{C}; +)$  vers  $(\mathbb{C}^*; \times)$ . En déterminer image et noyau.

**Exercice3:** Soit  $(G; *)$  un groupe et  $a \in G$ .

On définit une loi de composition interne  $T$  sur  $G$  par  $xTy = x * a * y$ .

(a) Montrer que  $(G; T)$  est un groupe.

(b) Soit  $H$  un sous groupe de  $(G; T)$  et  $K = \text{sym}(a) * H = \{\text{sym}(a) * x / x \in H\}$   
Montrer que  $K$  est un sous groupe de  $(G, T)$ .

(c) Montrer que  $f : x \rightarrow x * \text{sym}(a)$  est un isomorphisme de  
 $(G; *)$  vers  $(G; T)$ .