Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2017/2018
Liste 8 de TD d'Algèbre MI
Chapitre 4: Partie1: **Loi de composition interne**

Exercise 1 *On définit une loi de composition interne $*$ sur $\mathbb{R}$ par:*

$$\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, a * b = ln(e^a + e^b)$$

Quelles en sont les propriétés? Possède-t-elle un élément neutre? Y a-t-il des éléments réguliers?

Exercise 2 *Soit $E = [0,1]$. On définit une loi $*$ sur E par*

$$\forall\ x, y \in E,\ x * y = x + y\ -\ xy$$

a) Montrer que $*$ est une loi de composition interne commutative et associative.
b) Montrer que $*$ possède un neutre.
c) Quels sont les éléments symétrisables? réguliers?

Exercise 3 *Soit a un élément d'un ensemble E muni d'une loi $*$ associative.*

Montrer que a est symétrisable si, et seulement si, l'application $f : E \to E$ définie par $f(x) = a * x$ est bijective.

Exercise 4 *Soit E et F deux ensembles et φ: $E \to F$ une application bijective.*

On suppose E muni d'une loi de composition interne $*$ et on définit une loi T sur F par:

$$\forall x, y \in F,\ xTy = \varphi(\varphi^{-1}(x) * \varphi^{-1}(y))$$

a) Montrer que si $*$ est commutative (resp. associative) alors T l'est aussi.
b) Montrer que si $*$ possède un neutre e alors T possède aussi un neutre à préciser.