Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2017/2018
Liste 5 de TD d'Algèbre MI
Chapitre 2: Partie3: **Injection-Surjection-Bijection**

Exercise 1 *Les fonctions suivantes sont-elles injectives, surjectives, bijectives?*

$f : [0, +\infty[\to \mathbb{R},\ x \mapsto x^2,\ f : [0, +\infty[\to \mathbb{R},\ x \mapsto |x|,\ f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N},\ x \mapsto x^2,$ $f : \mathbb{N} \to \mathbb{Q},\ x \mapsto \dfrac{1}{1+x}$.

Exercise 2 *Soient a, b, c trois réels tels que $c \neq 0$ et $a^2 + bc \neq 0$. On considère la fonction $f : \mathbb{R}\backslash\{a\backslash c\} \to \mathbb{R}\backslash\{a\backslash c\}$ définie par $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx-a}$. Justifier que l'application f est bien définie. Calculer $f \circ f$ en déduire que c'est l'identité dans $\mathbb{R}\backslash\{a\backslash c\}$. Déterminer alors l'application réciproque de f.*

Exercise 3 *Soit $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ et $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ les applications définies par:*

$$\forall x \in \mathbb{N},\ f(x) = 2x \quad \text{et} \quad g(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2}, & \text{si } x \text{ est pair} \\ \dfrac{x-1}{2}, & \text{si } x \text{ est impair} \end{cases}$$

1- Etudier la bijectivité de f et g.

2- Préciser les applications $f \circ g$ et $g \circ f$ puis étudier la bijectivité de chacune d'elle.