Université Abou Bekr Belkaid 2016/2017
Département de Mathématiques
Module: Analyse numérique 1
T.P. N°5 **Résolution numérique des équations non linéaires**

I- Méthode de bissection

1. Compléter la fonction bissect suivante:

```
function xc = bissect(f,a,b,tol)
%Calcule l'approximation de la solution de f(x)=0 par la méthode de bissection
%entrée: fonction inline f (ou fonction-handle créée à l'aide de @);
% a,b tel que f(a) *f(b)<0, et la précision tol
%sortie: la solution approchée xc
if sign(f(a))*sign(f(b)) > 0
    ????????                        %stopper l'éxecution
elseif sign(f(a))*sign(f(b)) < 0
    fa=f(a);
    fb=f(b);
while    ????????                   %test si (b-a)/2 est inférieure à tol
    ????????
    fc=f(c);
      if  ????????                  %c est la solution
          ????????
    end
        if          ????????        %[a,c] est le nouvel intervalle
            b=c; fb=fc;
        else                        %[c,b] est le nouvel intervalle
            ????????
        end
    end
    xc=????????;                    %le milieu est une meilleure approximation
else
    ????????
end
```

2. Déterminer les racines réelles de l'équation $5x^3 - 5x^2 + 6x - 2 = 0$:

   a. Graphiquement

b. En utilisant la fonction bissect avec $a = 0$ et $b = 1$.

3. La fonction $f(x) = 8\cos^3 8x + 12\sin^2 8x + 96(\cos^4 x + \sin^2 x - 7/8)\cos 4x - 17$ admet une racine unique α pour $0 \leq x \leq 1/2$. Nous voulons utiliser la méthode de bissection pour approcher cette racine avec 10 chiffres significatifs exactes si-possible.

   a. Appliquer la méthode de bissection sur l'intervalle $[0, 1/2]$, pour approcher cette racine avec 10 décimales exactes (Il faut choisir tol pour garantir au moins 10 décimales exactes). Reporter votre valeur arrondi à 10 chiffres après la virgule. Répèter la méthodes pour au moins deux autres intervalles initiaux $[0, b]$ où $0.4 < b < 0.5$. Comparer les dix décimales trouvées pour les différents intervalles.

   b. Calculer $|f(\alpha)|$ pour les différentes valeurs trouvées en a. Pensez-vous avoir trouvé les 10 décimales exactes de α?

   c. Refaire les étapes **a.** et **b.** après avoir remplacer 17 dans la fonction par 19, comme pour la fonction $f(x)$ la nouvelle fonction $f_{nouv}(x)$ admet une racine unique dans l'intervalle $[0, 1/2]$.

   d. Quelles différences constatez-vous entre les deux cas. Pensez-vous avoir trouvé les 10 décimales exactes dans les deux cas? expliquez.

II- La commande fzero

La commande *fzero* permet de trouver les valeurs approcher des zéros de fonction. Ces fonctions peuvent être créées de deux manières, soit avec la commande **inline,** soit dans un fichier indépendant. Par exemple *g=inline('x^2-1')* affecte à la variable g la fonction $x \longmapsto x^2 - 1$ ou bien le fichier $h.m$ contenant les lignes:

function y=h(x)
y= x^2-1;

Pour utiliser g ou h en tant qu'argument d'une fonction, on écrit par exemple
fzero(g,0) parce que g est une variable mais *fzero(@h,0)* parce que h n'est pas une variable mais le nom d'un fichier contenant une fonction.

III- La méthode du point fixe

1- trouver un critère d'arrêt pour la méthode du point fixe appliquer à l'équation
$g(x) = x$.

2- Ecrire une fonction Matlab, function $sol = pointfixe(fun, a, eps, nitmax)$ calculant la solution de $g(x) = x$ par la
méthode du point fixe.

3-Calculer la première solution positive de $\cos(x) = x$.

4- On souhaite maintenant calculer la première solution positive de $\tan(x) = 1/x$ par la méthode du point fixe.

Pour cela on pose: $g(x) = x - \alpha(x * \tan(x) - 1)$, où $\alpha > 0$

Essayer la méthode du point fixe pour $\alpha \in \{0.1, 1, 0.01\}$. Expliquer les résultats.

5- Tracer l'erreur $\log_{10}(|f(x_n)|)$ en fonction de n, où f est la fonction $f(x) = x\tan(x) - 1$

6- Comparer les vitesses de convergence des différents algorithmes.

IV- La méthode de Newton

Utiliser la méthode de Newton pour calculer le zéro de $f(x) = x^3 - 3x^2 2^{-x} + 3x4^{-x} - 8^{-x}$ sur $[0, 1]$ et expliquer pourquoi la convergence n'est pas quadratique.